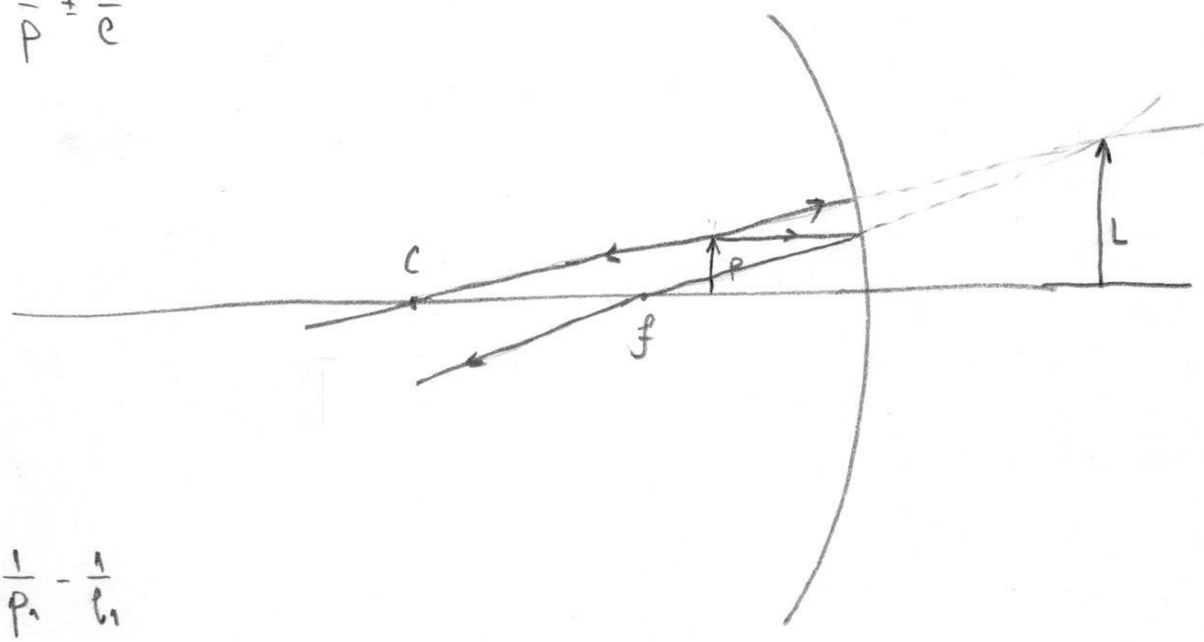
Полупречник кривине конкавног сферног огледала износи $R = 15\,cm$. Предмет величине $P = 2cm$ постави се на растојање $p_1 = 5\,cm$, а затим на растојање $p_2 = 20\,cm$ од огледала. Какви су ликови предмета, где се налазе и колика је ликова величина у оба случаја?

$R = 15\,cm$

$f = \frac{R}{2} = 7{,}5\,cm$

$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} \pm \frac{1}{l}$

1°



$\frac{1}{f} = \frac{1}{p_1} - \frac{1}{l_1}$

$\frac{2}{R} = \frac{1}{p_1} - \frac{1}{l_1}$

$\frac{1}{l_1} = \frac{1}{p_1} - \frac{2}{R}$

$\frac{1}{l_1} = \frac{R - 2p_1}{p_1 R}$

$l_1 = \frac{p_1 R}{R - 2p_1}$

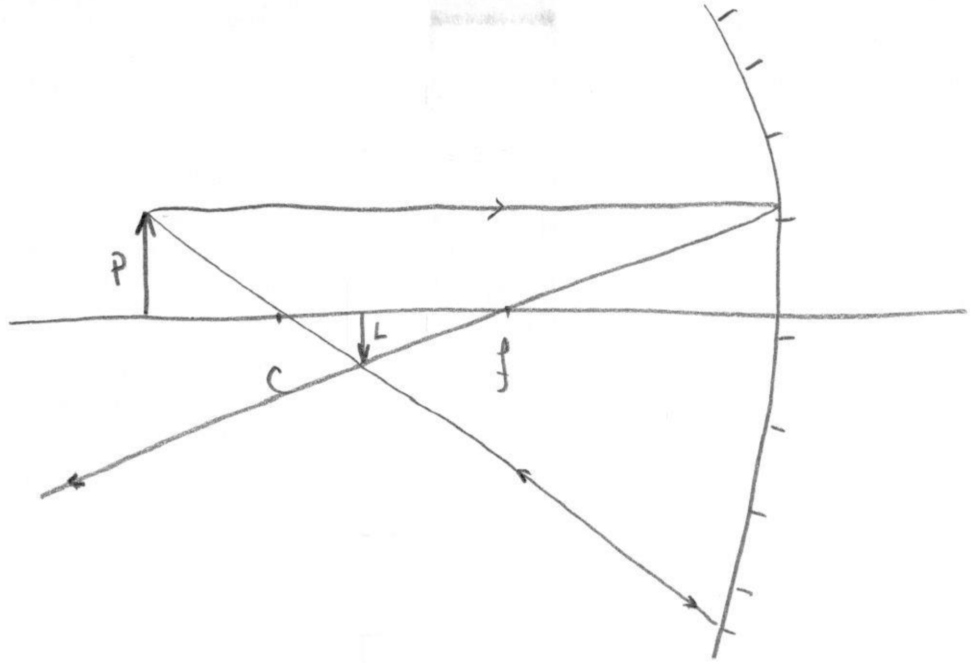
$l_1 = 15\,cm$

$U_1 = \frac{L_1}{P_1} = \frac{l_1}{p_1}$

$L_1 = \frac{l_1}{p_1} P_1$

$L_1 = 6\,cm$ (лик је увећан)

2°



$P_2 > f \Rightarrow$ лик је реалан

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p_2} + \frac{1}{l_2}$$

$$U_2 = \frac{L_2}{P_2} = \frac{l_2}{p_2}$$

$$\frac{2}{R} = \frac{1}{p_2} + \frac{1}{l_2}$$

$$L_2 = \frac{l_2}{p_2} P_2$$

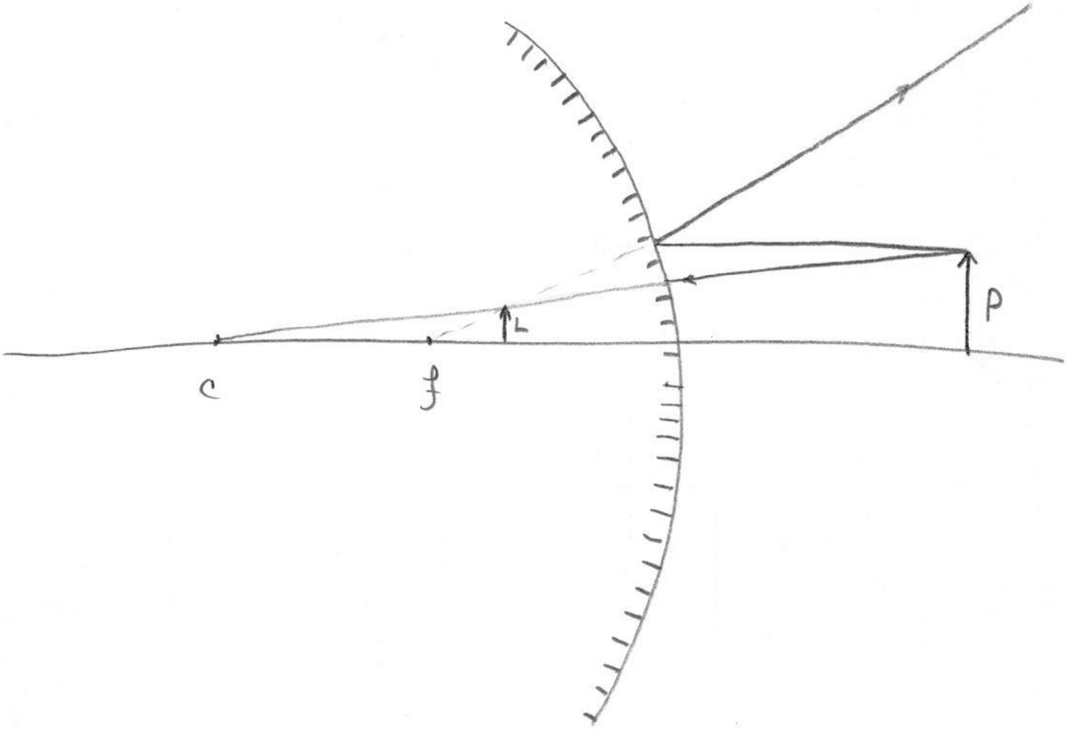
$$\frac{1}{l_2} = \frac{1}{p_2} - \frac{2}{R}$$

$$L_2 = 1{,}2\,cm$$

$$\frac{1}{l_2} = \frac{R - 2p_2}{p_2 R}$$

$$l_2 = \frac{p_2 R}{R - 2p_2}$$

Испред испупченог сферног огледала, полупречника кривине $R=54$ cm налази се предмет величине $P=6$ cm на растојању $p=36$ cm од његовог темена. Какав је лик предмета, где се налази и колика је његова величина?



$$-\frac{1}{f}=\frac{1}{p}-\frac{1}{l}$$

$$f=\frac{R}{2}$$

$$-\frac{2}{R}=\frac{1}{p}-\frac{1}{l}$$

$$\frac{1}{l}=\frac{1}{p}+\frac{2}{R}$$

$$\frac{1}{l}=\frac{R+2p}{pR}$$

$$l=\frac{pR}{R+2p}$$

$$l=15{,}4\,\text{cm}$$

$$U=\frac{L}{P}=\frac{l}{p}$$

$$L=\frac{l}{p}P$$

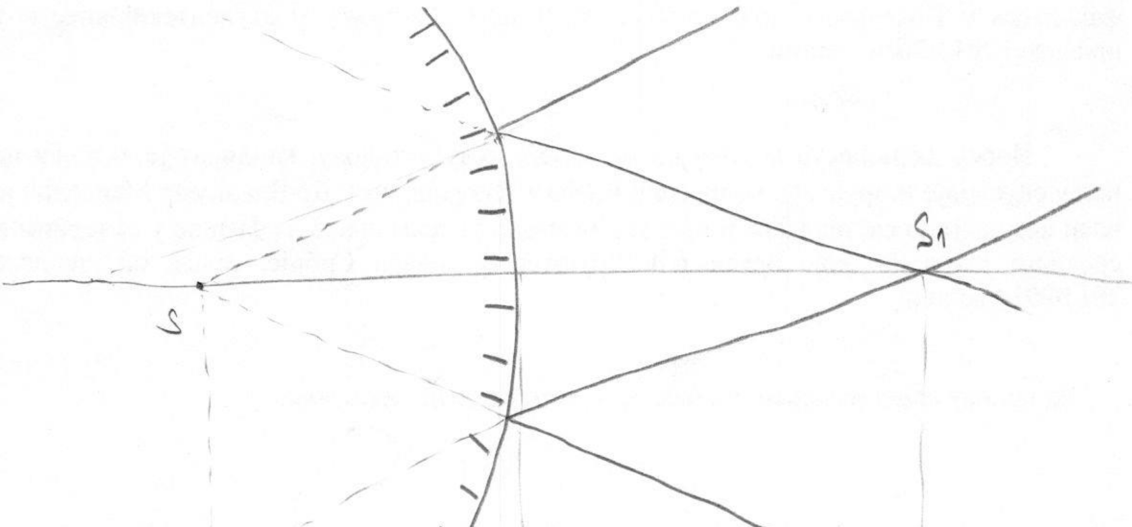
$$L=2{,}57\,\text{cm}$$

307 (Такмичења)

Конвергентни сноп зракова пада на конвексно огледало чији је полупречник кривине $R = 60$ cm, тако да се продужеци тих зракова секу на оси огледала на растојању $p = 15$ cm иза огледала. На ком растојању од огледала ће се сећи ти зраци после одбијања? Да ли ће тачка пресека бити реална?

Решење:

Тачка пресека S има улогу имагинарног светлог предмета који се налази на растојању p од огледала.



$$-\frac{1}{f} = -\frac{1}{p} + \frac{1}{l}$$

$$f = \frac{R}{2}$$

$$-\frac{2}{R} = -\frac{1}{p} + \frac{1}{l}$$

$$\frac{1}{l} = \frac{1}{p} - \frac{2}{R}$$

$$\frac{1}{l} = \frac{R-2p}{pR}$$

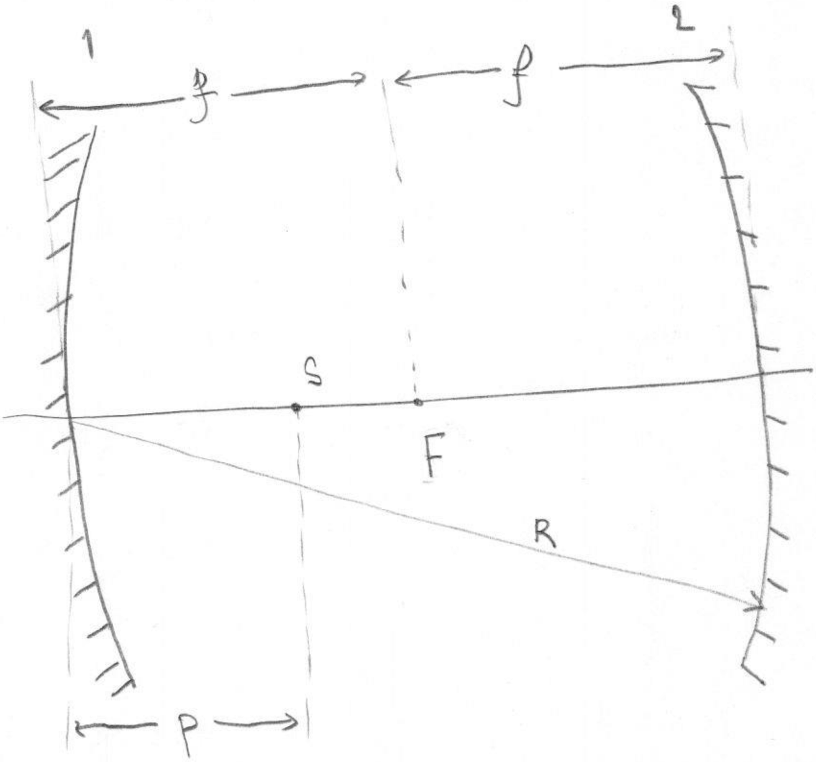
$$l = \frac{pR}{R-2p}$$

$$l = 30\ cm$$

l – позитивно $\Rightarrow$ лик је реалан

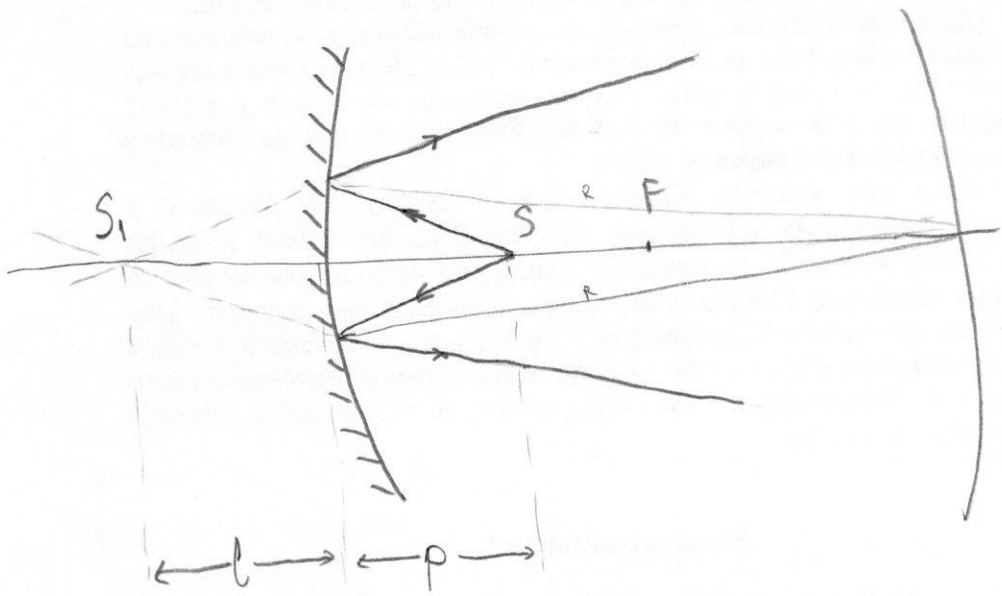
311 (Такмичења)

Два једнака конкавна огледала постављена су једно наспрам другог тако да им се жижне даљине поклапају. Светла тачка S постављена је на заједничкој оптичкој оси на растојању p од првог огледала. Где се добија лик светле тачке S после одбијања зракова од оба огледала?



Решење.

Из једначине огледала за овај случај може се наћи растојање имагинарног лика S_1 од првог огледала

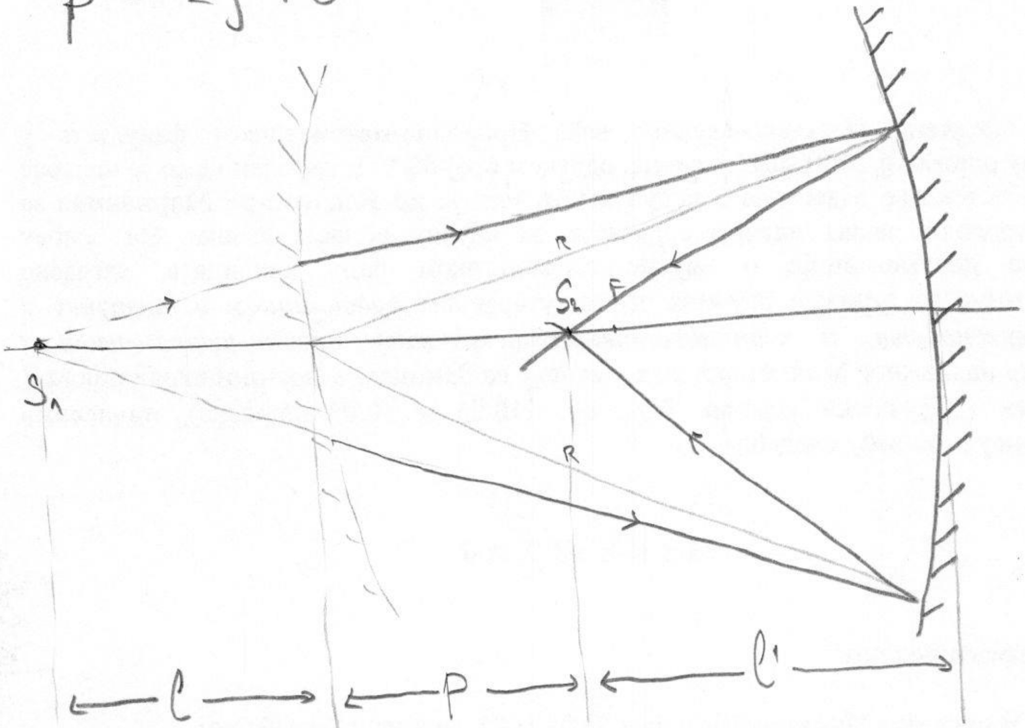


$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} - \frac{1}{l}$$

$$l = \frac{pf}{f-p} \quad (*)$$

- Лик првог огледала S_1 сада је предмет за друго огледало и налази се на растојању

$$p' = 2f + l$$



$$\frac{1}{f} = \frac{1}{2f+l} + \frac{1}{l'}$$

$$\frac{1}{l'} = \frac{1}{f} - \frac{1}{2f+l}$$

$$\frac{1}{l'} = \frac{2f+l-f}{f(2f+l)}$$

$$l' = \frac{f(2f+l)}{f+l} \quad (**)$$

$(*) \longrightarrow (*, *)$

$$l' = \frac{f(2f+l)}{f+l} \quad ; \quad l = \frac{pf}{f-p}$$

$$l' = \frac{f\left(2f + \frac{pf}{f-p}\right)}{f + \frac{pf}{f-p}}$$

$$l' = \frac{\cancel{f}\,\frac{2f(f-p)+pf}{f-p}}{\cancel{f}\left(1 + \frac{p}{f-p}\right)}$$

$$l' = \frac{\frac{2f(f-p)+pf}{\cancel{f-p}}}{\frac{f\cancel{-p}+\cancel{p}}{\cancel{f-p}}}$$

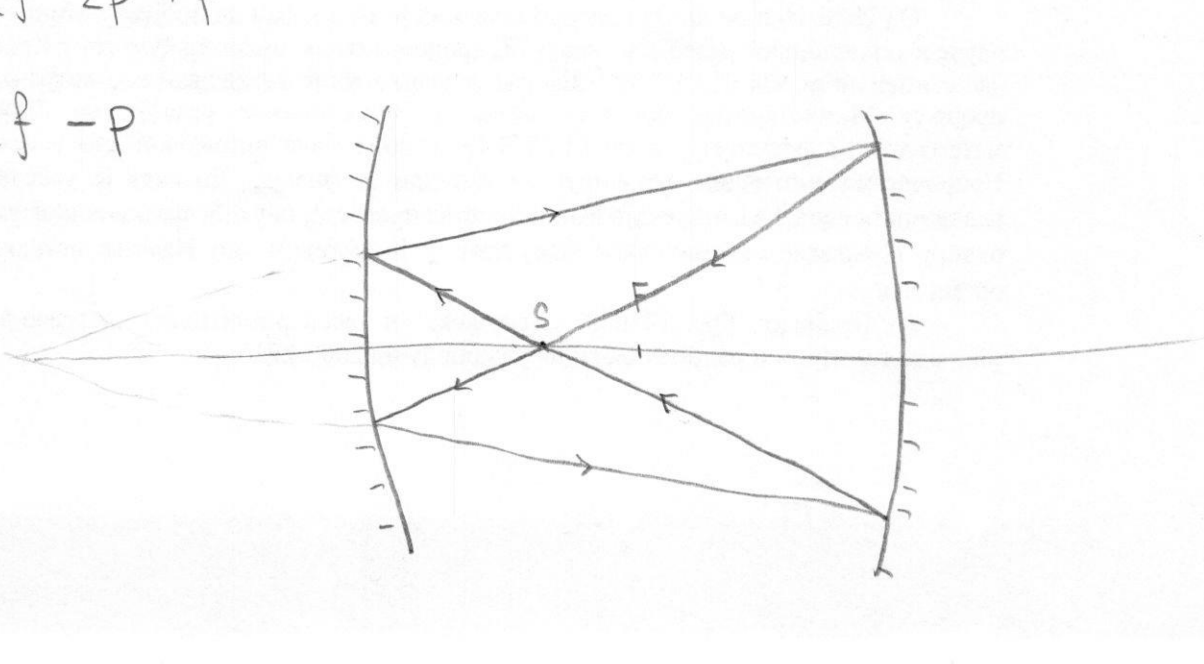
$$l' = \frac{1}{f}\left(2f(f-p)+pf\right)$$

$$l' = \frac{f}{f}\left(2(f-p)+p\right)$$

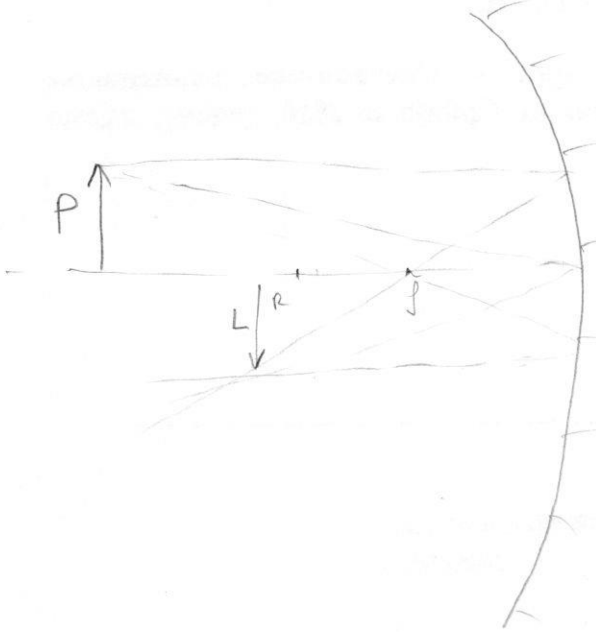
$$l' = 2f - 2p + p$$

$$l' = 2f - p$$

Лик другог огледала се поклапа са светлом тачком (предметом првог огледала)



22. Испред издубљеног сферног огледала на удаљености 18cm налази се предмет. Полупречник огледала је 20cm. Израчунати увећање тог огледала.



$$f = \frac{R}{2} = 10cm$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{l}$$

$$\frac{1}{l} = \frac{1}{f} - \frac{1}{p}$$

$$l = \frac{f \cdot p}{p - f}$$

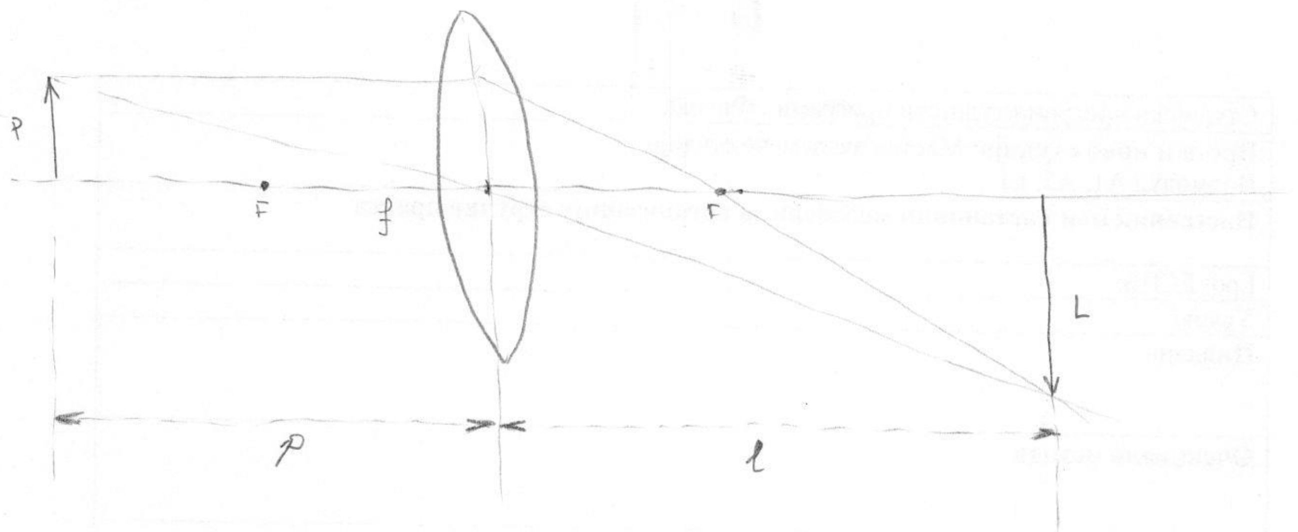
$$l = \frac{10 \cdot 18}{18 - 10}$$

$$l = 22,5$$

$$U = \frac{l}{p}$$

$$U = 1,25$$

15 Растојање светлог предмета од сабирног сочива износи $p = 30$ cm. Ако је жижна даљина сочива $f = 20$ cm израчунати на ком растојању се формира лик и колико је увећање сочива.



$p = 30 cm$

$f = 20 cm$

$U = ?$

$l = ?$

$$U = \frac{l}{p} = \frac{60_{cm}}{30_{cm}} = 2$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{l}$$

$$\frac{1}{l} = \frac{1}{f} - \frac{1}{p}$$

$$\frac{1}{l} = \frac{p - f}{f \cdot p}$$

$$l = \frac{f \cdot p}{p - f}$$

$$l = \frac{20 \cdot 30}{30 - 20} = 60_{cm}$$

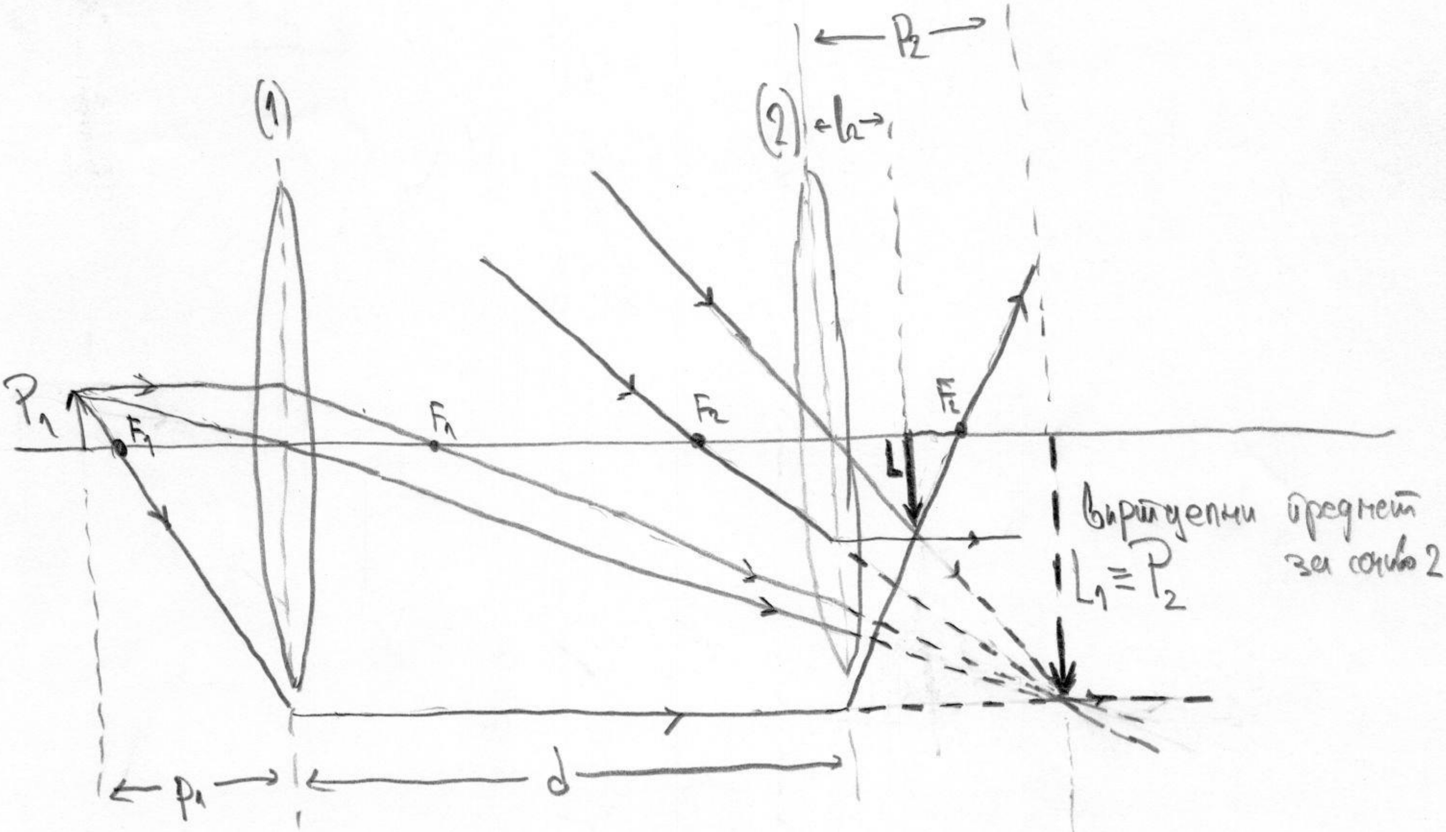
Два конвергентна (биконвексна) танка сочива чије се оптичке осе поклапају су постављена на растојање од $d = 10cm$.

Жижне даљине сочива износе $f_1 = 5cm$ и $f_2 = 3cm$.

Усправан светао предмет је постављен на оптичку осу на растојање од $P_1 = 7cm$ од првог сочива.

Одредити растојање коначног лика оваквог система од предмета. Скицирати конструкцију лика.

Решење:



$f_1 = 5cm$ $\quad p_1 = 7cm$

$f_2 = 3cm$

$d = 10cm$

(1):
$$\frac{1}{f_1} = \frac{1}{p_1} + \frac{1}{l_1}$$

$$\frac{1}{l_1} = \frac{1}{f_1} - \frac{1}{p_1}$$

$$l_1 = \frac{p_1 f_1}{p_1 - f_1}$$

$$l_1 = 17{,}5cm$$

$$p_2 = l_1 - d$$

$$p_2 = 7{,}5cm$$

p_2 је имагинарни предмет за сочиво (2)

$$\frac{1}{f_2} = -\frac{1}{p_2} + \frac{1}{l_2}$$

$$\frac{1}{l_2} = \frac{1}{f_2} + \frac{1}{p_2}$$

$$l_2 = \frac{p_2 f_2}{p_2 + f_2}$$

$$\boxed{l_2 = 2{,}14cm}$$

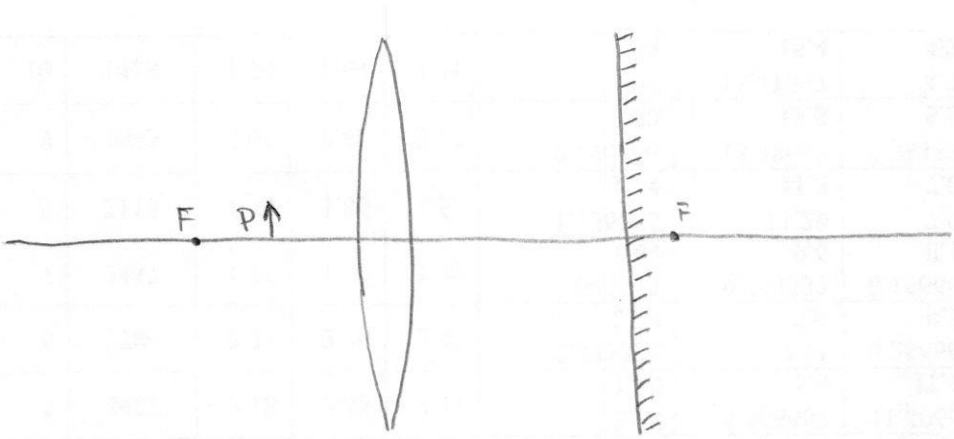
Растојање коначног лика од предмета:

$$X = p_1 + d + l_2$$

$$\boxed{X = 19{,}14\ cm}$$

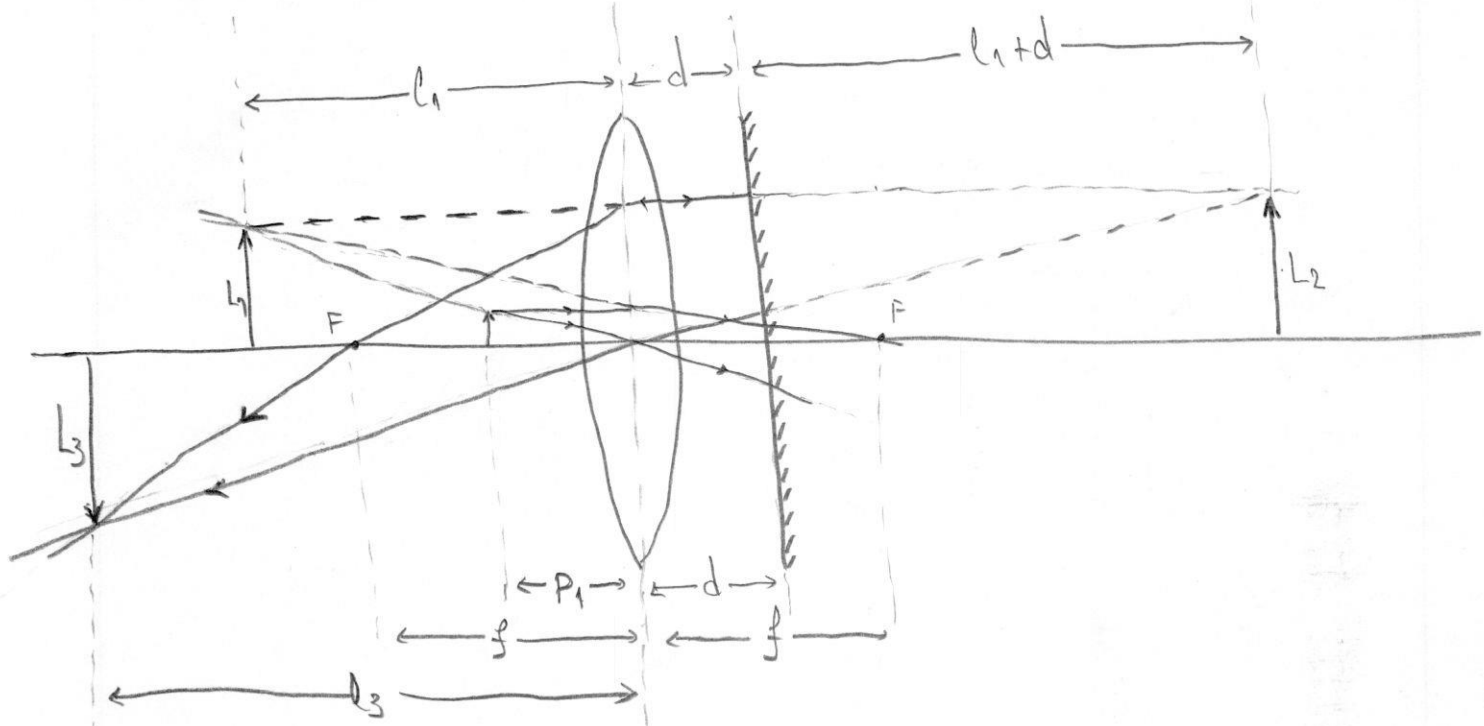
316 (такмичења)

Оптички систем састоји се из танког сабирног сочива жижне даљине $f = 30\,cm$ и равног огледала које се налази на растојању $d = 15\,cm$ од сочива. Одредити положај лика који даје тај систем ако се предмет налази на растојању $p_1 = 15\,cm$ испред сочива.



Решење:

Да би се нашао положај лика који даје овај оптички систем, одредиће се положај ликова који се поступно добијају на појединим деловима овог система



$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p_1} - \frac{1}{l_1}$$

$$l_1 = \frac{f \cdot p_1}{f - p_1} = 30cm$$

Имагинарни лик сочива L_1 сада је предмет равног огледала. Његов имагинарни лик је на раздаљини p_3 од сочива

$$p_3 = l_1 + 2d = 60\,cm$$

Имагинарни лик равног огледала је сада предмет сочиву, који формира реални лик L_3

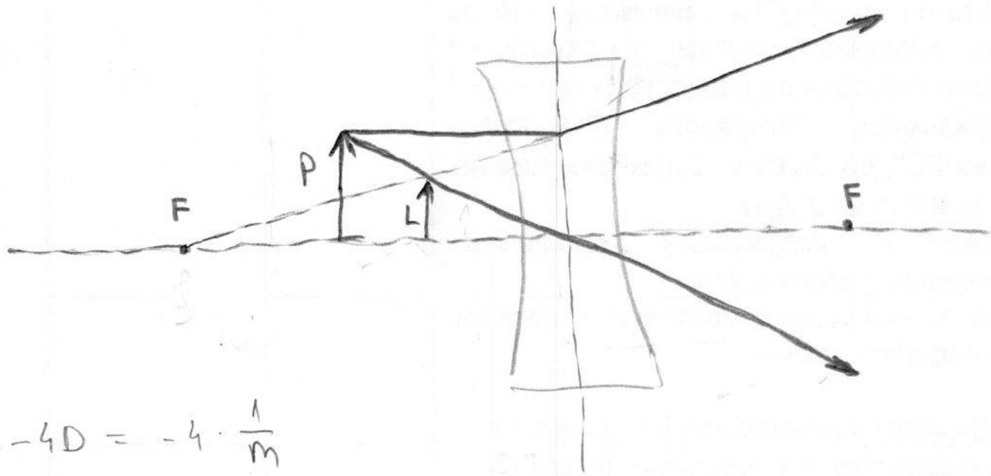
$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p_3} + \frac{1}{l_3}$$

$$\frac{1}{l_3} = \frac{1}{f} - \frac{1}{p_3}$$

$$l_3 = \frac{p_3 f}{p_3 - f} = 60\,cm$$

Крајњи лик се налази на растојању $l_3 = 60$ cm од сочива или $l_3 + d = 75$cm од огледала на истој страни где и предмет

20. На растојању $p = 7cm$ од расипног сочива оптичке моћи $\omega = -4D$ налази се предмет. На ком растојању се налази лик овог предмета?



$$\omega = -4D = -4 \cdot \frac{1}{m}$$

$$\omega = -\frac{1}{f} = +\frac{4}{m}$$

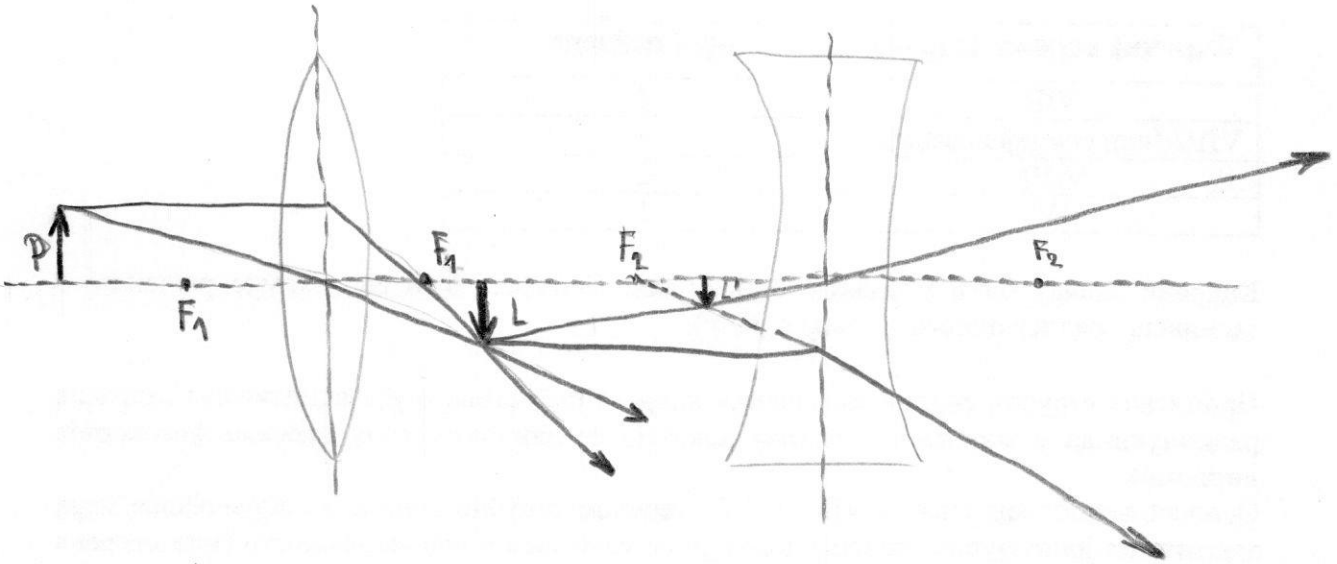
$$f = \frac{1}{4} = 0,25m$$

$$-\frac{1}{f} = \frac{1}{p} - \frac{1}{l}$$

$$\frac{1}{l} = \frac{1}{p} + \frac{1}{f} = \frac{1}{7} + \frac{1}{25}$$

$$l = \frac{7 \cdot 25}{7+25} = 5,5cm$$

24. Предмет се напази на растојању $p_1 = 5\,cm$ од сабирног сочива жижне даљине $f_1 = 2\,cm$. На растојању $a = 6{,}33\,cm$ напази се расипно сочиво жижне даљине $f_2 = 2\,cm$. Израчунати растојање лика од расипног сочива?



$$\frac{1}{f_1} = \frac{1}{p_1} + \frac{1}{l_1}$$

$$\frac{1}{l_1} = \frac{1}{f_1} - \frac{1}{p_1}$$

$$\frac{1}{l_1} = \frac{p_1 - f_1}{f_1\, p_1}$$

$$l_1 = \frac{f_1\, p_1}{p_1 - f_1}$$

$$l_1 = 3{,}33\ cm$$

$$p_2 = a - l_1$$

$$p_2 = 6 - 3{,}33$$

$$p_2 = 2{,}67\ cm$$

$$-\frac{1}{f_2} = \frac{1}{p_2} - \frac{1}{l_2}$$

$$\frac{1}{l_2} = \frac{1}{p_2} + \frac{1}{f_2}$$

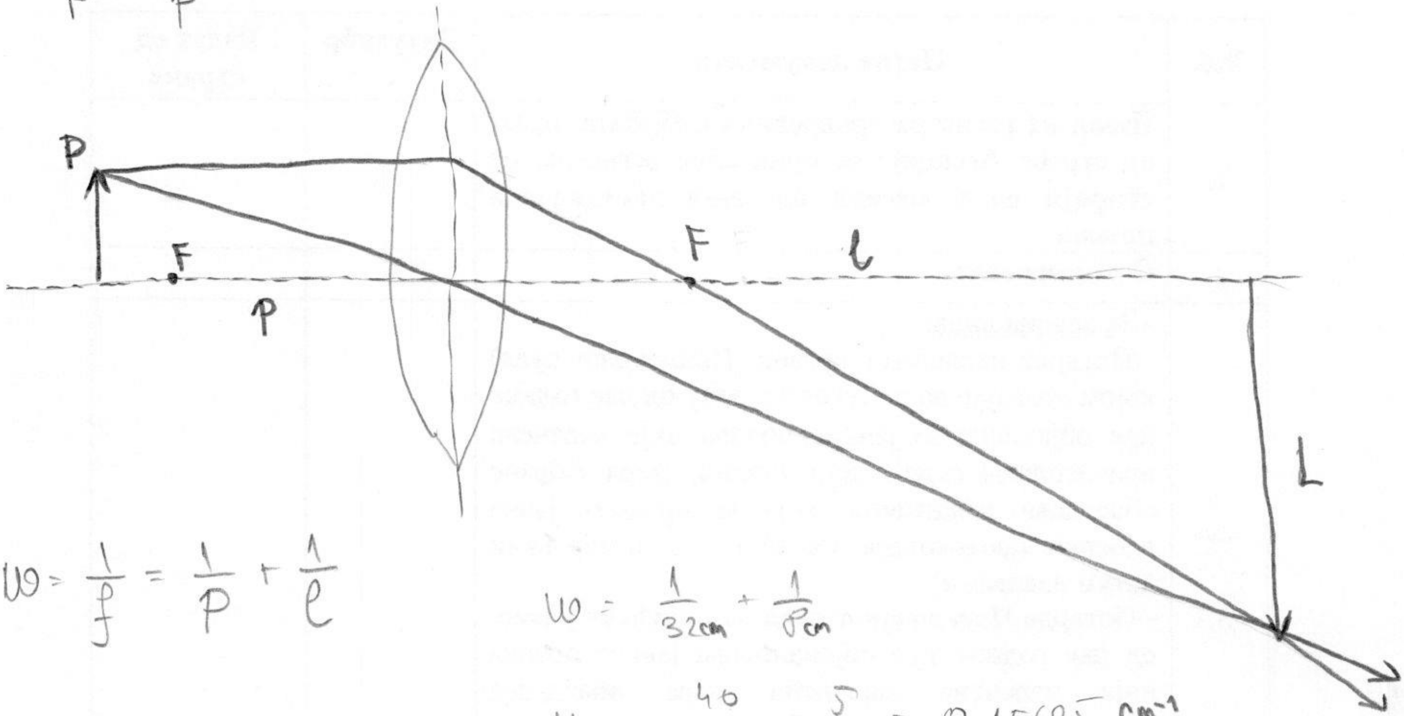
$$l_2 = \frac{p_2\, f_2}{p_2 + f_2}$$

$$l_2 \approx 1{,}14\ cm$$

21. Удаљеност између предмета и реалног лика добијеног пресликавањем кроз танко сабирно сочиво је 40 cm. Колика је оптичка моћ ако је лик 4 пута већи од предмета.

$U = 4$

$U = \frac{L}{P} = \frac{l}{p}$



$\omega = \frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{l}$

$\omega = \frac{1}{32cm} + \frac{1}{8cm}$

$\omega = \frac{40}{32 \cdot 8} = \frac{5}{32} = 0,15625 \ cm^{-1}$

$\omega = \frac{1}{f}$

$\omega = 0,156 \cdot 10^{-3} \frac{1}{m} = 0,156 \cdot 10^{-3} D$

$\frac{l}{p} = 4 \qquad l = 4p$

$p + l = 40cm$

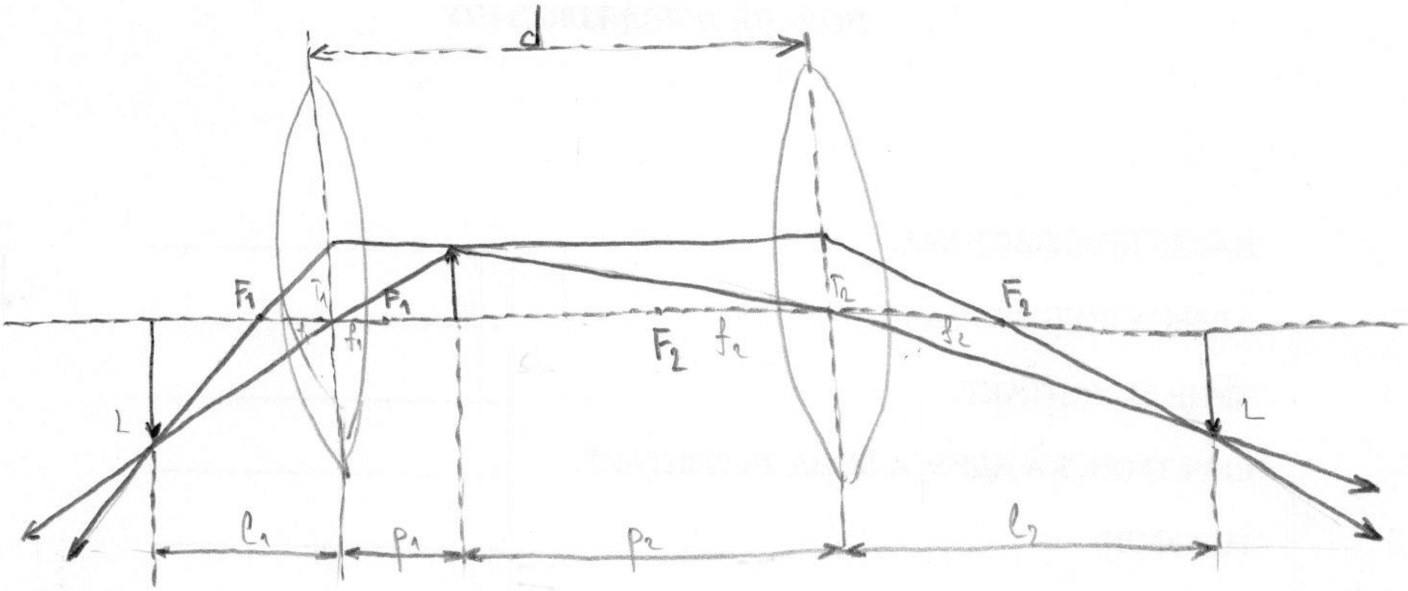
$p + 4p = 40$

$5p = 40$

$p = 8cm$

$l = 40 - 8 = 32cm$

18. Два сабирна сочива жижних даљина $f_1 = 10\,cm$ и $f_2 = 16\,cm$ постављена су на растојању $d = 40\,cm$. На ком растојању p_1 од првог сочива треба поставити предмет између сочива тако да реални ликови оба сочива имају исту величину.



$f_1 = 10\,cm$

$f_2 = 16\,cm$

$d = 40\,cm$

$p_1 = ?$

$$\frac{1}{f_1} = \frac{1}{p_1} + \frac{1}{l_1} \qquad \frac{1}{f_2} = \frac{1}{p_2} + \frac{1}{l_2}$$

$$U_1 = U_2 = U$$

$$\frac{l_1}{p_1} = \frac{l_2}{p_2} = \frac{L}{P}$$

$$p_1 + p_2 = d$$

$$\frac{l_1}{p_1} = \frac{l_2}{p_2}$$

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{l_2}{l_1}$$

$$\frac{1}{l_1} = \frac{1}{f_1} - \frac{1}{p_1}$$

$$\frac{1}{l_2} = \frac{1}{f_2} - \frac{1}{p_2}$$

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{\frac{1}{l_1}}{\frac{1}{l_2}}$$

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{\frac{1}{f_1} - \frac{1}{p_1}}{\frac{1}{f_2} - \frac{1}{p_2}}$$

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{\frac{p_1 - f_1}{f_1 p_1}}{\frac{p_2 - f_2}{f_2 p_2}}$$

$$\frac{\cancel{p_2}}{\cancel{p_1}} = \frac{f_2 p_2 (p_1 - f_1)}{f_1 p_1 (p_2 - f_2)}$$

$$\frac{f_2 (p_1 - f_1)}{f_1 (p_2 - f_2)} = 1$$

$$f_2 (p_1 - f_1) = f_1 (p_2 - f_2)$$

$$p_2 = d - p_1$$

$$f_2 (p_1 - f_1) = f_1 (d - p_1 - f_2)$$

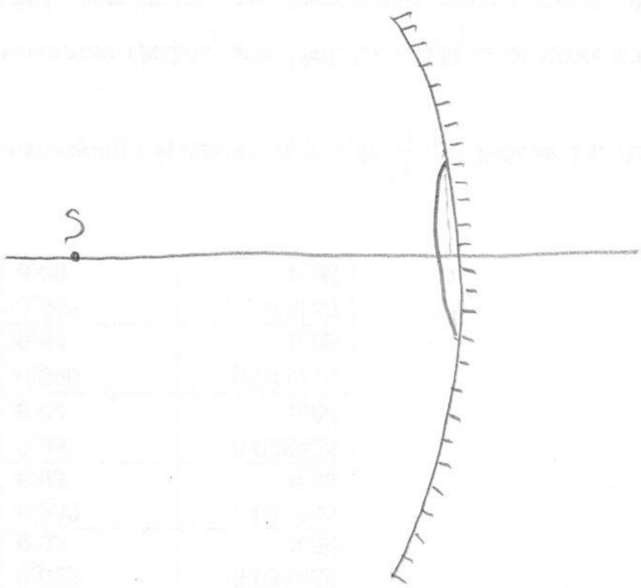
$$f_2 p_1 - \cancel{f_1 f_2} = d f_1 - f_1 p_1 - \cancel{f_1 f_2}$$

$$p_1 (f_1 + f_2) = f_1 d$$

$$p_1 = \frac{f_1}{f_1 + f_2} d$$

322 (такмичење)

Уз издубљено (конкавно) огледало прислоњено је мало сабирно сочиво као што је показано на слици. Такав систем даје два реална лика при једном те истом положају предмета на растојањима $l_1 = 50$ cm и $l_2 = 10$ cm од огледала. Колика је жижна даљина сочива?



Решење:

Положај лика који даје огледало незаклоњено сочивом одређен је једначином:

$$\frac{1}{f_0} = \frac{1}{p} + \frac{1}{l_1} \quad (1)$$

p - растојање предмета од огледала

f_0 - жижна даљина огледала

Лик предмета који даје сочиво, када не би било огледала налазио би се на растојању l' од сочива и налази се из једначине:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{l'} \quad (2)$$

f - жижна даљина сочива

Овај лик представља имагинарни предмет за сферно огледало

$$\frac{1}{f_0} = -\frac{1}{l'} + \frac{1}{l''} \quad (3)$$

Најзад, лик добијен у огледалу и који се налази на растојању l'' од њега, представља имагинаран лик за сочиво, па је

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{l''} + \frac{1}{l_2} \quad (4)$$

(1) и (2)

$$\frac{1}{f_0} = \frac{1}{p} + \frac{1}{l_1}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{l'}$$

$$\frac{1}{p} = \frac{1}{f_0} - \frac{1}{l_1}$$

$$\frac{1}{p} = \frac{1}{f} - \frac{1}{l'}$$

(3) и (4)

$$\frac{1}{f_0} = -\frac{1}{l'} + \frac{1}{l''}$$

$$\frac{1}{f} = -\frac{1}{l''} + \frac{1}{l_2}$$

$$\frac{1}{l''} = \frac{1}{f_0} + \frac{1}{l'}$$

$$\frac{1}{l''} = \frac{1}{l_2} - \frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{f_0} - \frac{1}{l_1} = \frac{1}{f} - \frac{1}{l'}$$

$$\frac{1}{f_0} + \frac{1}{l'} = \frac{1}{l_2} - \frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{f_0} + \frac{1}{l'} = \frac{1}{f} + \frac{1}{l_1} \quad (5)$$

$$\frac{1}{f_0} + \frac{1}{l'} = \frac{1}{l_2} - \frac{1}{f} \quad (6)$$

$$\frac{1}{f} + \frac{1}{l_1} = \frac{1}{l_2} - \frac{1}{f}$$

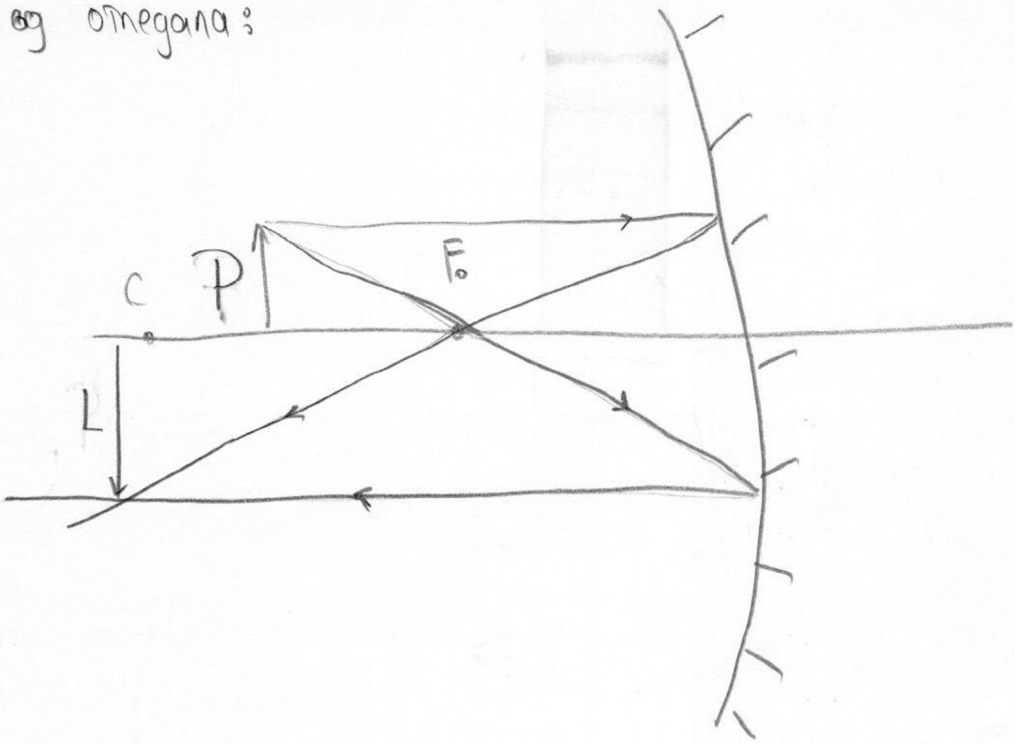
$$\frac{1}{f} + \frac{1}{f} = \frac{1}{l_2} - \frac{1}{l_1}$$

$$\frac{2}{f} = \frac{l_1 - l_2}{l_1 l_2}$$

$$f = \frac{2 l_1 l_2}{l_1 - l_2}$$

$$f = 25 \text{ cm}$$

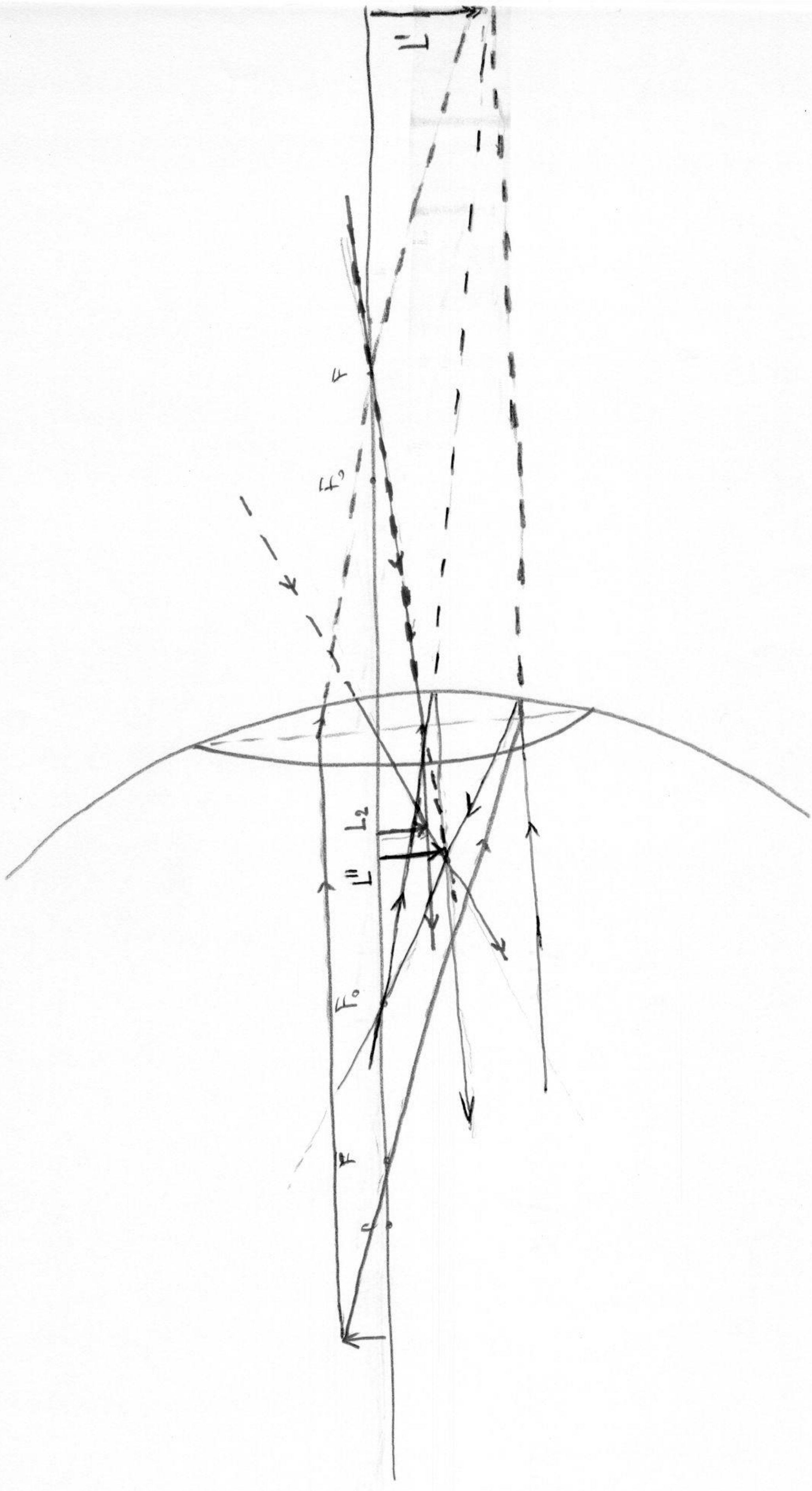
Лик од огледала:



Лик је реалан

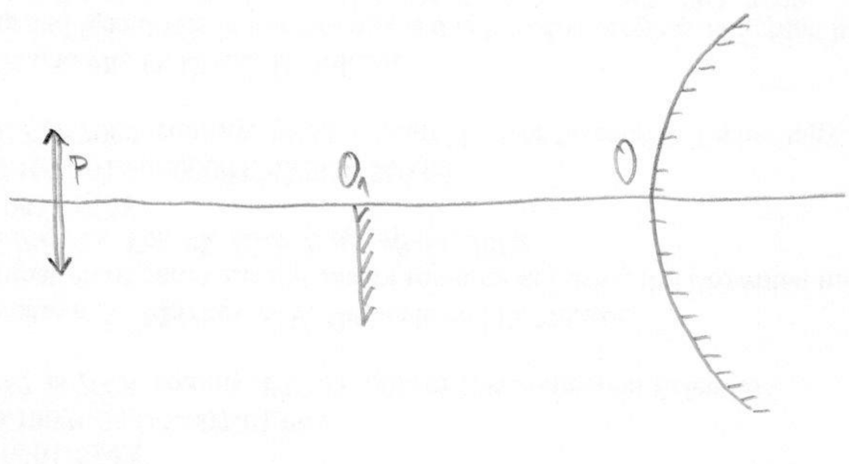
$\Downarrow$

$p > f_0$


L'
F
F₀
L₂
L''
F₀
F

310 (такмичења)

За одређивање жижне даљине конвексног огледала O, предмет P се постави према њему, а једно равно огледало O_1 се постави између предмета P и огледала O као на слици. Свако огледало образује лик предмета P. Равно огледало се помера паралелно самом себи дуж осе сочива док се положаји та два лика не поклопе. Колика је жижна даљина конвексног огледала, ако се притом добило да је $PO_1 = 24\,cm$, а $O_1O = 16\,cm$?



Решење:

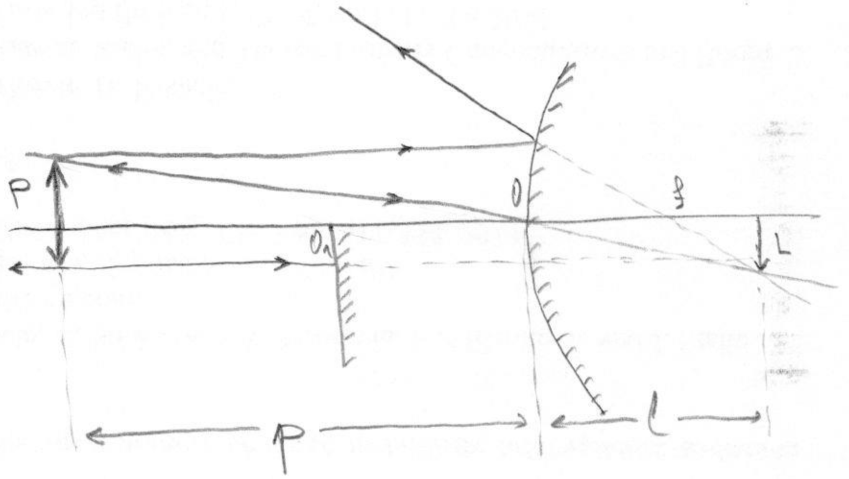
Пошто су жижна даљина и лик предмета код испупченог огледала имагинарни (налазе се иза огледала тј. у пресеку имагинарних зракова):

$$-\frac{1}{f} = \frac{1}{p} - \frac{1}{l}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{l} - \frac{1}{p}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{p-l}{lp}$$

$$f = \frac{lp}{p-l}$$



Са слике је

$$p = \overline{PO_1} + \overline{O_1O} = 24\,cm + 16\,cm = 40\,cm$$

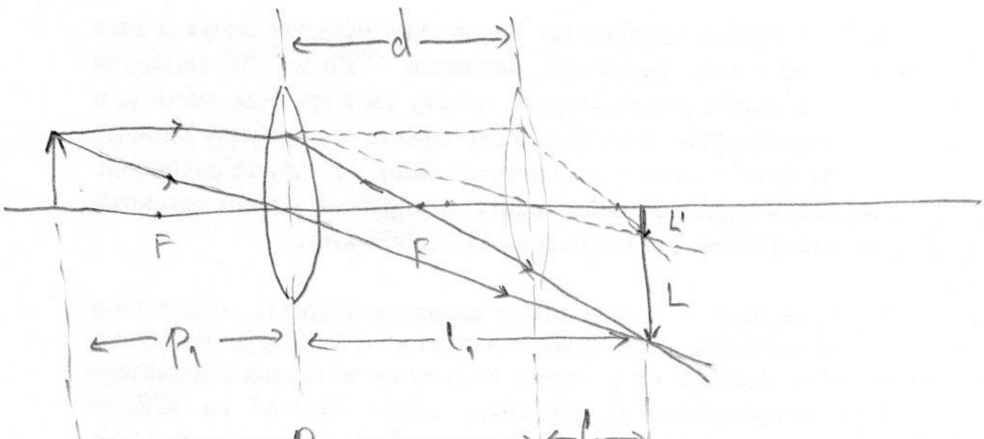
$$l = \overline{PL} - \overline{O_1O} = \overline{PO_1} - \overline{O_1O} = 24\,cm - 16\,cm = 8\,cm$$

$$f = \frac{40 \cdot 8}{40-8} = 10\,cm$$

#326 (такмичења)

Заклон се налази на растојању D од удаљене свеће. Стављајући између свеће и заклона сабирно сочиво може да се добије оштар лик свеће на заклону, при два положаја сочива, која се налазе на растојању d један од другог. Показати да је у описаном случају $f = \frac{D^2-d^2}{4D}$ и $K = \left(\frac{D+d}{D-d}\right)^2$, где је f - жижна даљина сочива а K - однос висина ликова пламена свеће за два положаја сочива, $K = \frac{L_1}{L_2}$.

Решење:



$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p_1} + \frac{1}{l_1}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p_2} + \frac{1}{l_2}$$

$$f = \frac{p_1 l_1}{p_1 + l_1}$$

$$f = \frac{p_2 l_2}{p_2 + l_2} \quad (1)$$

$$\frac{p_1 l_1}{p_1 + l_1} = \frac{p_2 l_2}{p_2 + l_2} \quad (*)$$

la anule

$$p_1 + l_1 = p_2 + l_2 = D$$

$$(*) \Rightarrow \quad p_1 l_1 = p_2 l_2$$

$$p_1 + l_1 = D \quad / l_2$$

$$p_2 + l_2 = D \quad / l_1$$

$$\frac{p_1}{l_2} + \frac{l_1}{l_2} = \frac{D}{l_2}$$

$$\frac{p_2}{l_1} + \frac{l_2}{l_1} = \frac{D}{l_1}$$

$$p_1 l_1 = p_2 l_2$$

$$\frac{p_1}{l_2} + \frac{l_1}{l_2} = \frac{D}{l_2}$$

$$\frac{p_2}{l_1} + \frac{l_2}{l_1} = \frac{D}{l_1}$$

$$\frac{p_1}{l_2} = \frac{p_2}{l_1}$$

$$\frac{p_1}{l_2} + \frac{l_1}{l_2} = \frac{D}{l_2}$$

$$\frac{p_1}{l_2} + \frac{l_2}{l_1} = \frac{D}{l_1}$$

$$\frac{l_1}{l_2} - \frac{l_2}{l_1} = \frac{D}{l_2} - \frac{D}{l_1}$$

$$\frac{l_1^2 - l_2^2}{l_2 l_1} = \frac{l_1 D - l_2 D}{l_2 l_1}$$

$$\cancel{(l_1 - l_2)}(l_1 + l_2) = \cancel{(l_1 - l_2)} D$$

$$l_1 + l_2 = D$$

$$l_1 + l_2 = D$$

$$p_1 + l_1 = D$$

$$p_1 + D - l_2 = D$$

$$p_1 = l_2$$

$$p_2 + l_2 = D$$

$$p_2 + D - l_1 = D$$

$$p_2 = l_1$$

Са слике:

$$p_1 + l_2 = 2p_1 = D - d$$

$$p_1 = l_2 = \frac{D-d}{2} \quad (2)$$

$$p_2 + l_1 = 2p_2 = D + d$$

$$p_2 = l_1 = \frac{D+d}{2} \quad (3)$$

(2) и (3) у (1)

$$f = \frac{p_2 l_2}{p_2 + l_2}$$

$$f = \frac{\frac{D+d}{2} \cdot \frac{D-d}{2}}{\frac{D+d}{2} + \frac{D-d}{2}}$$

$$f = \frac{D^2 - d^2}{4 \frac{D+d+D-d}{2}}$$

$$f = \frac{D^2 - d^2}{2 \cdot 2D}$$

$$\boxed{f = \frac{D^2 - d^2}{4D}}$$

Увећање сочива је

$$U = \frac{l}{p} = \frac{L}{P}$$

Величина ликова у овим случајевима

$$L_1 = P\frac{l_1}{p_1} \qquad L_2 = P\frac{l_2}{p_2}$$

$$K = \frac{L_1}{L_2} = \frac{P\frac{l_1}{p_1}}{P\frac{l_2}{p_2}} = \frac{l_1 p_2}{l_2 p_1}$$

$$p_2 = l_1 \quad и \quad p_1 = l_2$$

$$K = \frac{l_1^2}{l_2^2} = \frac{\left(\frac{D+d}{2}\right)^2}{\left(\frac{D-d}{2}\right)^2}$$

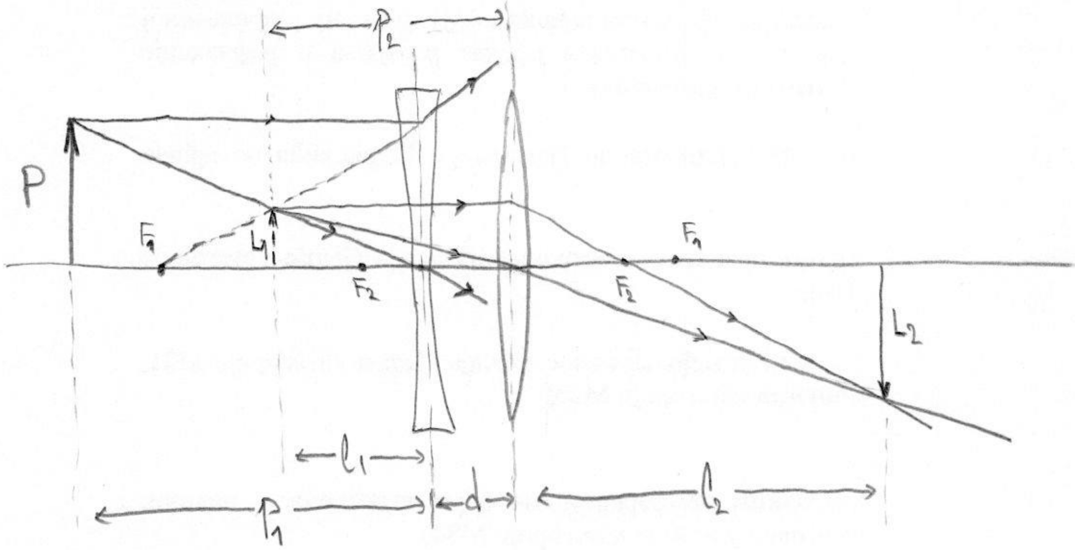
$$K = \left(\frac{D+d}{D-d}\right)^2$$

324 (такмичења)

Оптички систем се састоји од два танка сочива од којих је једно расипно са жижном даљином $f_1 = 20\,cm$, а друго сабирно жижне даљине $f_2 = 10\,cm$. Оптичке осе сочива се поклапају, а међусобно растојање сочива износи $d = 5\,cm$. На растојању $p_1 = 25\,cm$ испред расипног сочива постављен је светао предмет. На ком се месту се налази дефинитиван лик предмета?

Решење:

Имагинарни лик који даје расипно сочиво је предмет за сабирно сочиво.



$$-\frac{1}{f_1} = \frac{1}{p_1} - \frac{1}{l_1}$$

$$\frac{1}{f_2} = \frac{1}{p_2} + \frac{1}{l_2}$$

$$p_2 = l_1 + d$$

$$\frac{1}{l_1} = \frac{1}{p_1} + \frac{1}{f_1}$$

$$\frac{1}{l_1} = \frac{f_1 + p_1}{p_1 \; f_1}$$

$$l_1 = \frac{p_1 f_1}{f_1 + p_1}$$

$$l_1 = \frac{100}{9} \text{ cm}$$

$$p_2 = l_1 + d$$

$$p_2 = \frac{100}{9} + 5$$

$$p_2 = \frac{145}{9} \text{ cm}$$

$$\frac{1}{f_2} = \frac{1}{p_2} + \frac{1}{l_2}$$

$$\frac{1}{l_2} = \frac{1}{f_2} - \frac{1}{p_2}$$

$$\frac{1}{l_2} = \frac{p_2 - f_2}{f_2 p_2}$$

$$l_2 = \frac{f_2 p_2}{p_2 - f_2}$$

$$l_2 = 26{,}4 \text{ cm}$$

315 (такмичења)

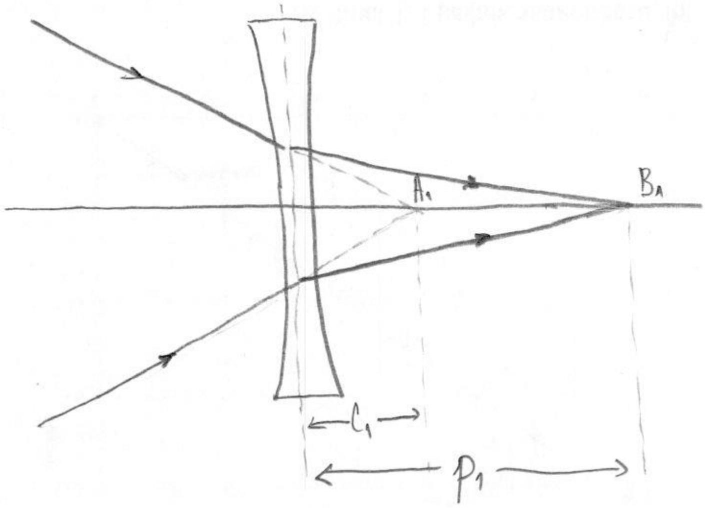
Конвергентни сноп светлости пада на танко расипно сочиво тако да се продужеци тих зракова секу у тачки која се налази на оптичкој оси сочива и на растојању $l = 15$ cm од њега.

Колика је жижна даљина сочива ако се:

а) преломљени зраци секу у тачки која се налази испред сочива на растојању $p_2 = 60$ cm од њега?

Решење:

а)



Ситуација под а) и б) се неби ништа изменила променом смера датих зракова. Што значи да се тачка B_1 може схватити као извор а тачка A_1 као имагинарни лик извора

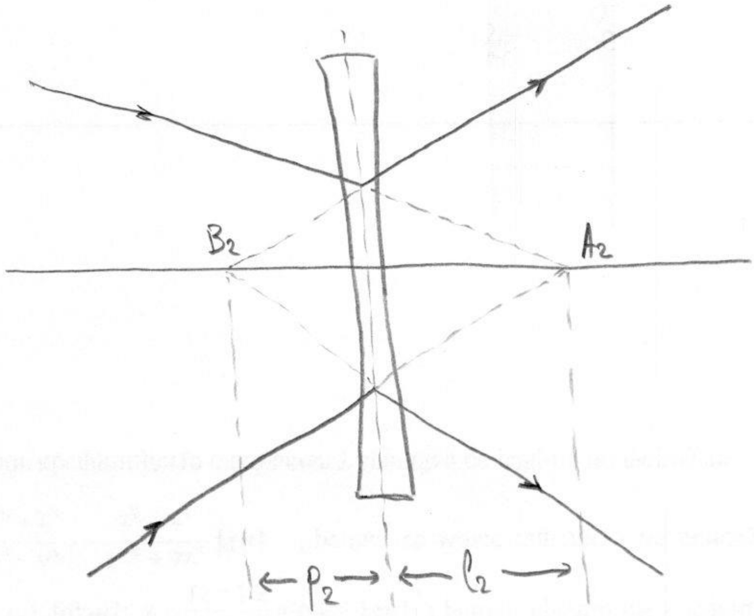
$$-\frac{1}{f} = \frac{1}{p_1} - \frac{1}{l}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{l} - \frac{1}{p_1}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{p_1 - l}{l\, p_1}$$

$$f = \frac{l\, p_1}{p_1 - l} = 20\text{ cm}$$

в)



У овом случају извор светлости B_2 и лик тог извора A_2 су имагинарни:

$$-\frac{1}{f} = -\frac{1}{p_2} - \frac{1}{l}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p_2} + \frac{1}{l}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{l + p_2}{p_2 l}$$

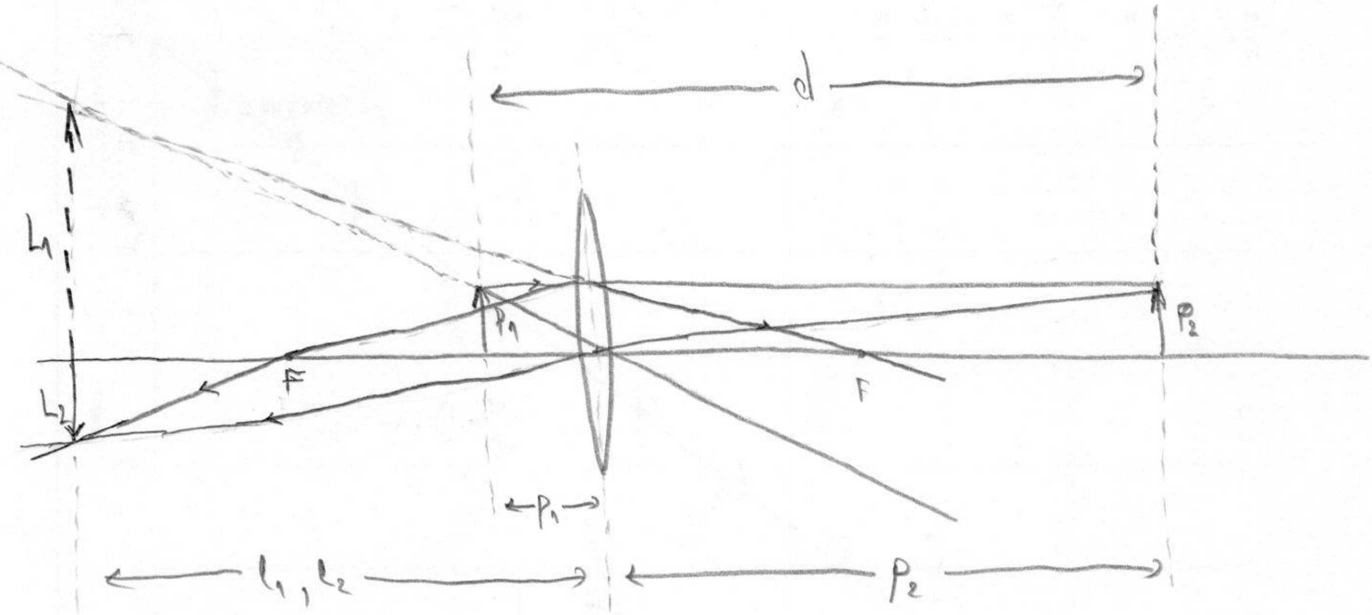
$$f = \frac{p_2 l}{l + p_2} = 12\,\text{cm}$$

323 (такмичена)

Растојање између два једнака светла предмета износи $d = 24$ cm. Где између њих треба поставити танко сабирно сочиво жижне даљине $f = 9$ cm да би се ликови оба предмета добили на истом месту?

Решење:

Поклапање ликова извора биће могуће само у случају ако сочиво заузима такав положај при коме се један од ликова добија као имагинаран



$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p_1} - \frac{1}{l_1}$$

$$p_1 + p_2 = d$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p_2} + \frac{1}{l_2}$$

$$l_1 = l_2$$

$$\frac{1}{l_1} = \frac{1}{p_1} - \frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{l_2} = \frac{1}{f} - \frac{1}{p_2}$$

$$\frac{1}{p_1} - \frac{1}{f} = \frac{1}{f} - \frac{1}{p_2}$$

$$p_1 + p_2 = d$$

$$\Downarrow$$

$$p_2 = d - p_1$$

$$\frac{1}{p_1} + \frac{1}{p_2} = \frac{2}{f}$$

$$\frac{1}{p_1} + \frac{1}{d-p_1} = \frac{2}{f}$$

$$\frac{d - \cancel{p_1} + \cancel{p_1}}{p_1(d-p_1)} = \frac{2}{f}$$

$$2p_1(d-p_1) = df$$

$$p_1 d - p_1^2 = \frac{df}{2}$$

$$-p_1^2 + p_1 d - \frac{df}{2} = 0$$

$$p_1^2 - p_1 d + \frac{df}{2} = 0$$

$$p_{1/2} = \frac{d \pm \sqrt{d^2 - 4\frac{df}{2}}}{2}$$

$$p_{1/2} = \frac{d}{2} \pm \frac{d}{2}\sqrt{1 - \frac{2d}{f}}$$

$$p_{1/2} = \frac{d}{2}\left(1 \pm \sqrt{1 - \frac{2f}{d}}\right)$$

$$p_{1/2} = \frac{24}{2}\left(1 \pm \sqrt{1 - \frac{2 \cdot 9}{24}}\right)$$

$$p_{1/2} = 12\left(1 \pm \sqrt{1 - \frac{\cancel{18}^{3}}{\cancel{24}_{4}}}\right)$$

$$p_{1/2} = 12\left(1 \pm \sqrt{\frac{1}{4}}\right)$$

$$p_{1/2} = 12\left(1 \pm \frac{1}{2}\right)$$

$$p_1' = 18\ cm$$

$$p_1'' = 6\ cm$$

$$p_2 = d - p_1$$

$$p_2' = 6cm$$

$$p_2'' = 18cm$$

Сочиво треба бити на 6cm од првог и 18cm од другог предмета
Важиће и обрнуто

I растојања важе за један положај, а II за други.

На којем растојању од танког сабирног сочива, жижне даљине f, треба поставити тачкасти предмет на оптичку осу тако да растојање између предмета и његовог реалног лика буде минимално?

Колико је то растојање?

Решење:

Пошто је лик реалан онда се предмет и лик налазе са различитих страна сочива, па је њихово растојање $x = p + l$.

$$x = p + l$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{l}$$

$$\frac{1}{l} = \frac{1}{f} - \frac{1}{p}$$

$$\frac{1}{l} = \frac{p-f}{fp}$$

$$l = \frac{fp}{p-f}$$

$$x = p + l$$

$$x = p + \frac{fp}{p-f}$$

$$x = \frac{p(p-f) + fp}{p-f}$$

$$x = \frac{p^2 - pf + fp}{p-f}$$

$$x = \frac{p^2}{p-f}$$

$$x = x(p)$$

$$x_{min} \Rightarrow \frac{dx}{dp} = 0$$

$$\frac{dx}{dp} = 0$$

$$\frac{d}{dp}\left(\frac{p^2}{p-f}\right) = 0$$

$$\frac{2p(p-f) - p^2}{(p-f)^2} = 0$$

$$2p^2 - 2pf - p^2 = 0$$

$$p^2 - 2pf = 0$$

$$p(p-2f) = 0$$

$$p = 2f$$

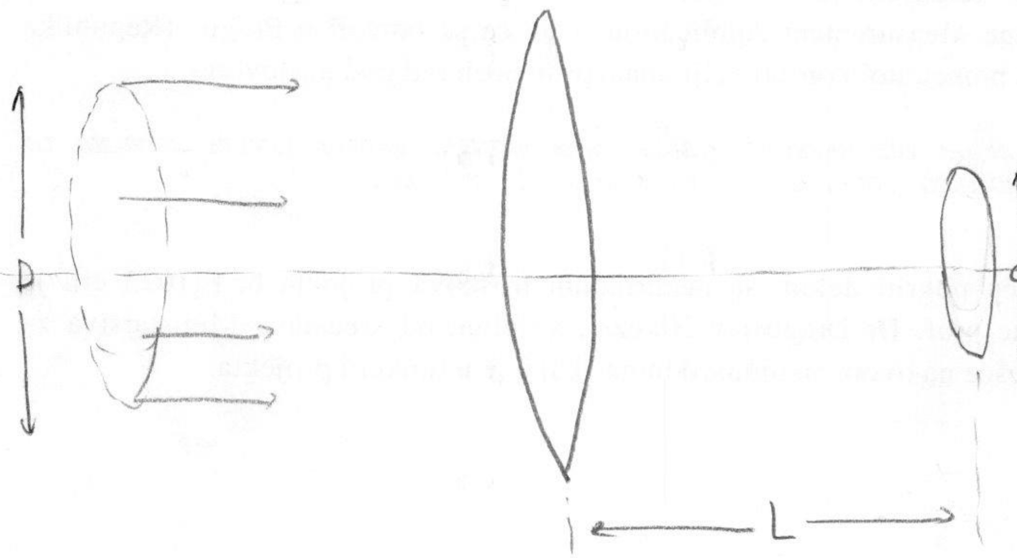
$$X = \frac{p^2}{p-f}$$

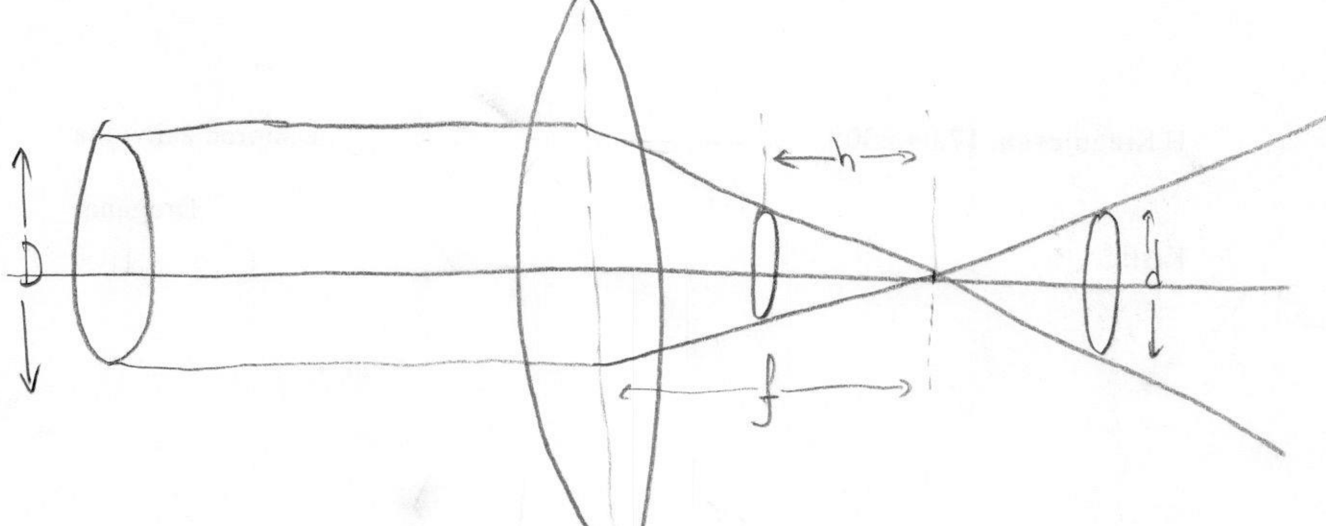
$$X_{min} = \frac{(2f)^2}{2f-f}$$

$$X_{min} = \frac{4f^2}{f}$$

$$X_{min} = 4f$$

Сноп паралелних светлосних зрака пада на идеално сабирно сочиво жижне даљине f, као на слици. Пречник пресека снопа је D. Кружна плочица пречника $d<D$ постављена је на растојању L од сочива тако да јој се оса симетрије поклапа са оптичком осом сочива. Колика је минимална, а колика максимална вредност L при којој ће сви зраци из снопа падати на плочицу.





На слици су приказана два гранична положаја при којима при којима још увек сви зраци падају на сочиву.

$$L_{min} = f - h$$

$$L_{max} = f + h$$

Сличност троуглова

$$\frac{h}{f} = \frac{d}{D}$$

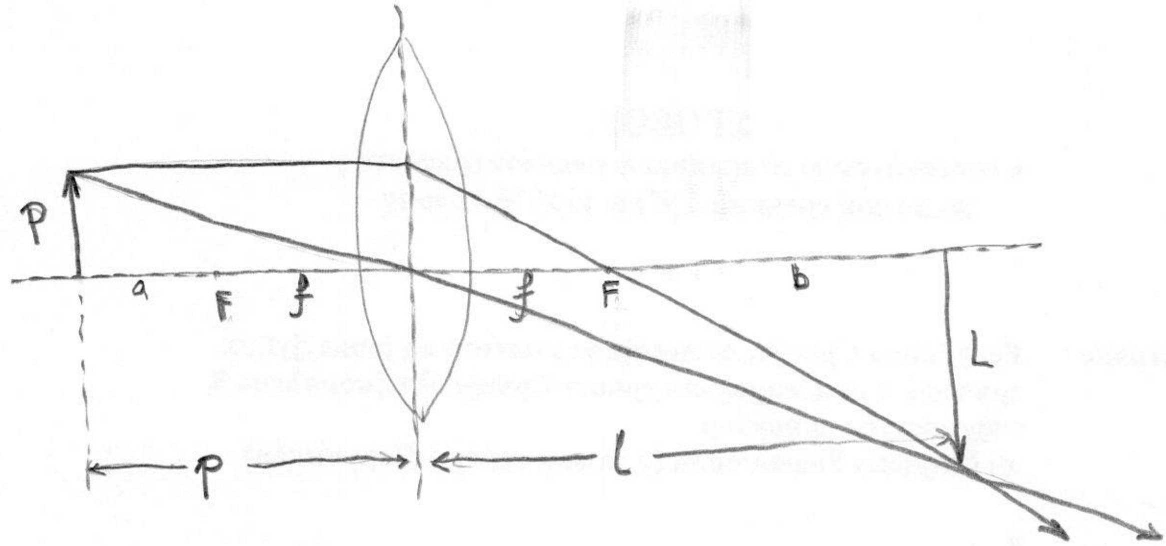
$$h = f\frac{d}{D}$$

$$L_{min} = f - h \qquad L_{max} = f + h$$

$$L_{min} = f - f\frac{d}{D} \qquad L_{max} = f + f\frac{d}{D}$$

$$L_{min} = f\left(1 - \frac{d}{D}\right) \qquad L_{max} = f\left(1 + \frac{d}{d}\right)$$

17 На растојању $a = 20\,cm$, од жиже сабирног постављен је предмет а лик се формира на растојању $b = 45\,cm$ од жиже са друге стране сочива. Израчунати жижну даљину сочива.



$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{l}$$

$$p = f + a$$

$$l = f + b$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f+a} + \frac{1}{f+b}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f\left(1+\frac{a}{f}\right)} + \frac{1}{f\left(1+\frac{b}{f}\right)}$$

$$1 = \frac{1}{1+\frac{a}{f}} + \frac{1}{1+\frac{b}{f}}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{l}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{l+p}{pl}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{f+b+f+a}{(f+a)(f+b)}$$

$$(f+a)(f+b) = f(2f+a+b)$$

$$f^2 + \cancel{af} + \cancel{bf} + ab = 2f^2 + \cancel{af} + \cancel{bf}$$

$$f^2 + ab = 2f^2$$

$$f^2 = ab$$

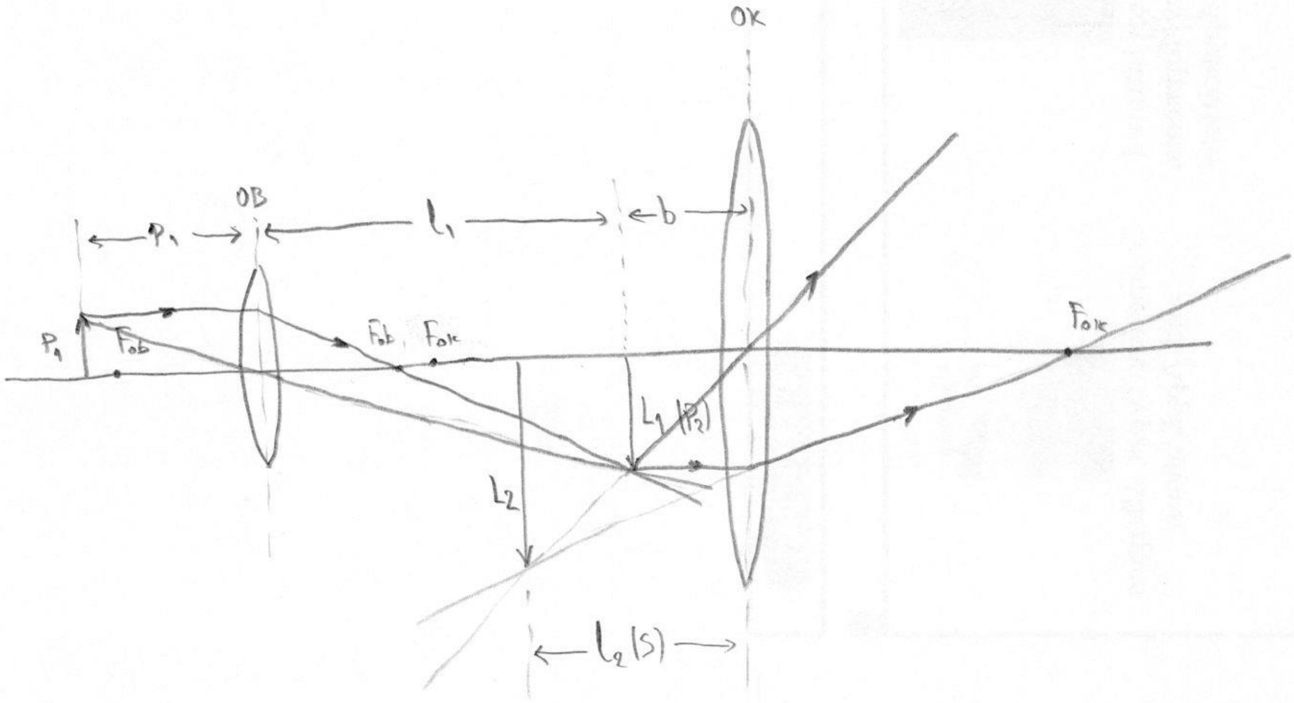
$$f = \sqrt{ab}$$

-329 (такмичења)

Мали предмет посматра се микроскопом чији објектив има жижну даљину $f_{ob} = 5,4$ mm а окулар $f_{ok} = 20$ mm. Предмет се налази од објектива на растојању $P_1 = 5,6$ mm. Колико је линеарно увећање микроскопа за нормално око и дужина микроскопа (растојање између објектива и окулара) ако је око акомодирано на даљину јасног вида?

(Лик од објектива се формира пре окулара, између жиже и окулара)

Решење:



Објектив:

$$\frac{1}{f_{ob}} = \frac{1}{p_1} + \frac{1}{l_1}$$

$$U_{ob} = \frac{L_1}{P} = \frac{l_1}{p_1}$$

$$\frac{1}{l_1} = \frac{1}{f_{ob}} - \frac{1}{p_1}$$

$$L_1 = \frac{l_1}{p_1} P$$

$$\frac{1}{l_1} = \frac{p_1 - f_{ob}}{f_{ob}\, p_1}$$

$$L_1 = \frac{f_{ob}\, p_1}{p_1 - f_{ob}} \frac{1}{p_1} P$$

$$l_1 = \frac{f_{ob}\, p_1}{p_1 - f_{ob}}$$

$$L_1 = \frac{f_{ob}}{p_1 - f_{ob}} P$$

Растојање p_2 од првог лика од окулара може се одредити из једначине сочива окулара, јер други (имагинарни) лик треба да се формира на даљини јасног вида s за нормално око, $S = 25cm$.

$$\frac{1}{f_{ok}} = \frac{1}{p_2} - \frac{1}{S}$$

$$U_{ok} = \frac{L_2}{L_1} = \frac{S}{p_2}$$

$$\frac{1}{p_2} = \frac{1}{f_{ok}} + \frac{1}{S}$$

$$L_2 = \frac{S}{p_2} \cdot L_1$$

$$\frac{1}{p_2} = \frac{S + f_{ok}}{f_{ok}\, S}$$

$$p_2 = \frac{S\, f_{ok}}{S + f_{ok}}$$

$$L_2 = \frac{S}{P_2} L_1$$

$$L_2 = S \cdot \frac{1}{P_2} \cdot L_1$$

$$L_2 = \cancel{S} \cdot \frac{S + f_{ok}}{\cancel{S} f_{ok}} \quad \frac{f_{ob}}{P_1 - f_{ob}} \; P$$

$$L_2 = \frac{f_{ob}(S + f_{ok})}{f_{ok}(P_1 - f_{ob})}$$

$$L_2 \approx 370$$

Дужина микроскопа

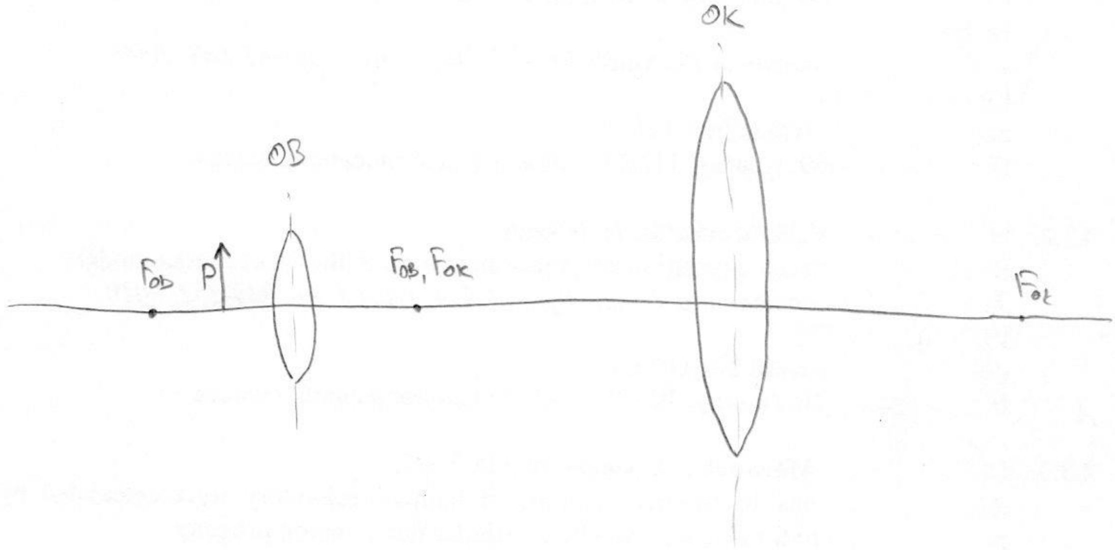
$$d = l_1 + P_2$$

$$d = \frac{f_{ob} P_1}{P_1 - f_{ob}} + \frac{S f_{ok}}{S + f_{ok}}$$

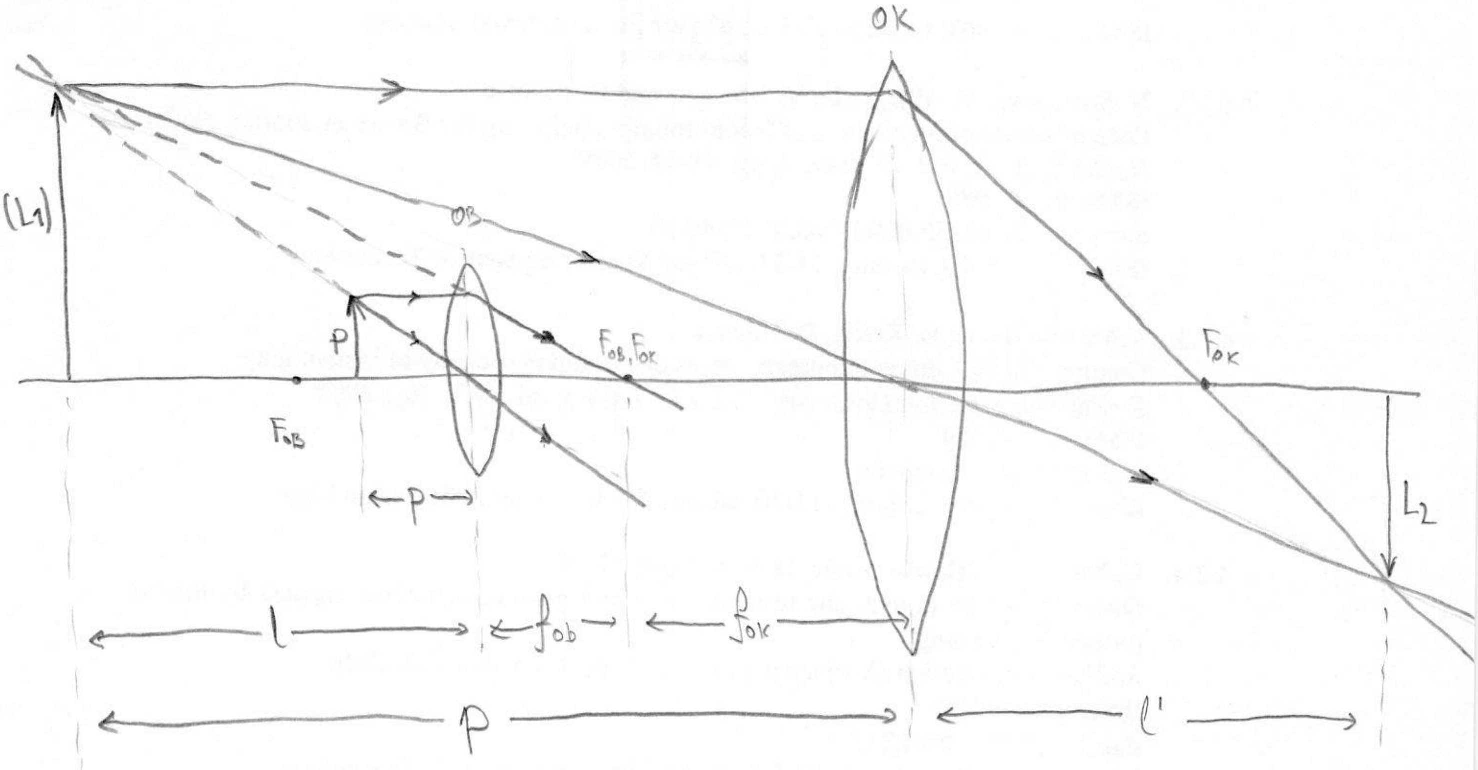
$$d \approx 16{,}8 \text{ cm}$$

328 (такмичења)

Испред објектива Кеплеровог дурбина постављен је предмет на растојању $p < f_{ob}$. Однос жижних даљина објектива и окулара је $\frac{f_{ob}}{f_{ok}} = 10$. Дурбин је подешен (фокусиран) на бесконачно. Колико је линеарно увећање тог дурбина?



Решење:



Како је $p < f_{ob}$, објектив даје имагинаран лик L_1 предмета P на растојању l од сочива.

$$\frac{1}{f_{ob}} = \frac{1}{p} - \frac{1}{l}$$

$$\frac{1}{l} = \frac{1}{p} - \frac{1}{f_{ob}}$$

$$\frac{1}{l} = \frac{f_{ob} - p}{p\, f_{ob}}$$

$$l = \frac{p\, f_{ob}}{f_{ob} - p}$$

$$U_{ob} = \frac{L_1}{P} = \frac{l}{p}$$

$$L_1 = P\,\frac{l}{p}$$

$$L_1 = P\,\frac{\frac{p\, f_{ob}}{f_{ob} - p}}{p}$$

$$L_1 = \frac{f_{ob}}{f_{ob} - p}\,P$$

Када је дурбин постављен на бесконачност, жиже објектива и окулара се поклапају па је и око акомодирано на бесконачност. У том случају растојање између објектива и окулара је $f_{ob} + f_{ok}$

$$p' = l + f_{ob} + f_{ok}$$

$$p' = \frac{f_{ob} \cdot p}{f_{ob} - p} + f_{ob} + f_{ok}$$

$$p' = \frac{f_{ob} \cdot p + f_{ob}(f_{ob} - p) + f_{ok}(f_{ob} - p)}{f_{ob} - p}$$

$$p' = \frac{\cancel{f_{ob} \cdot p} + f_{ob}^2 - \cancel{f_{ob} p} + f_{ok} f_{ob} - f_{ok} p}{f_{ob} - p}$$

$$p' = \frac{f_{ob}^2 + f_{ok} f_{ob} - p f_{ok}}{f_{ob} - p}$$

Како је $p' > f_{ok}$ лик који даје окулар је реалан.

$$\frac{1}{f_{ok}} = \frac{1}{p'} + \frac{1}{l'}$$

$$\frac{1}{l'} = \frac{1}{f_{ok}} - \frac{1}{p'}$$

$$\frac{1}{l'} = \frac{p' - f_{ok}}{f_{ok}\, p'}$$

$$l' = \frac{f_{ok}\, p'}{p' - f_{ok}}$$

$$l' = \frac{f_{ok} \cdot \dfrac{f_{ob}^2 + f_{ok} f_{ob} - p f_{ok}}{f_{ob} - p}}{\dfrac{f_{ob}^2 + f_{ok} f_{ob} - p f_{ok}}{f_{ob} - p} - f_{ok}}$$

$$l' = \frac{f_{ok} \dfrac{f_{ob}^2 + f_{ok} f_{ob} - p f_{ok}}{\cancel{f_{ob} - p}}}{\dfrac{f_{ob}^2 + \cancel{f_{ok} f_{ob}} - \cancel{p f_{ok}} - \cancel{f_{ok} f_{ob}} + \cancel{f_{ok} p}}{\cancel{f_{ob} - p}}}$$

$$l' = \frac{f_{ok}}{f_{ob}^2}\left(f_{ob}^2 + f_{ob}\cdot f_{ok} - P f_{ok}\right)$$

Величина лика коју даје окулар

$$U_{ok} = \frac{L_2}{L_1} = \frac{l'}{p'}$$

$$L_2 = L_1 \frac{l'}{p'}$$

$$L_1 = P\frac{l}{p} = \frac{f_{ob}}{f_{ob}-p} P$$

$$L_2 = \frac{f_{ob}}{f_{ob}-p}\,\frac{l'}{p'}\, P$$

$$L_2 = \frac{\cancel{f_{ob}}}{\cancel{f_{ob}-p}}\;\frac{\frac{f_{ok}}{f_{ob}^{\cancel{2}}}\cancel{\left(f_{ob}^2 + f_{ob} f_{ok} - P f_{ok}\right)}}{\frac{\cancel{f_{ob}^2 + f_{ok} f_{ob} - P f_{ok}}}{\cancel{f_{ob}-p}}}\, P$$

$$L_2 = \frac{f_{ok}}{f_{ob}} P$$

Линеарно увећање дурбина дате

$$U = \frac{L_2}{P} = \frac{\frac{f_{ok}}{f_{ob}} P}{P} = \frac{f_{ok}}{f_{ob}}$$

$$U = 10$$

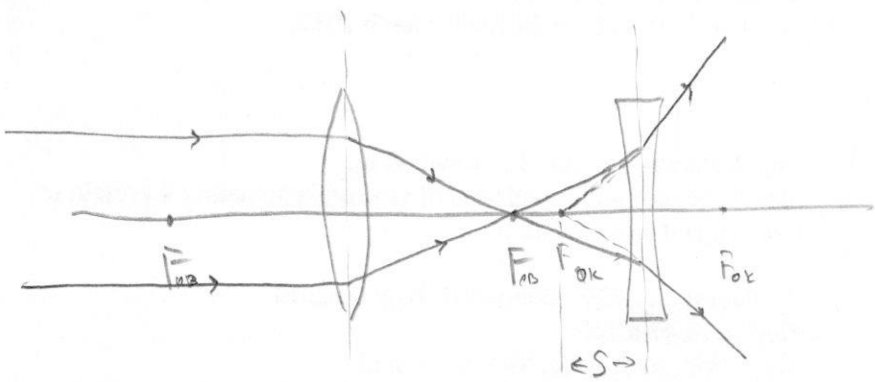
325 (такмичења)

Објектив позоришног дурбина је танко сабирно сочиво жижне даљине $f_{ob} = 8\,cm$, а окулар је расипно сочиво жижне даљине $f_{ok} = 4\,cm$. Колико је растојање између објектива и окулара ако се лик посматра са даљине јасног вида. Колико се мора померити окулар да би се лик могао посматрати оком које је акомодирано на бесконачност?

Решење:

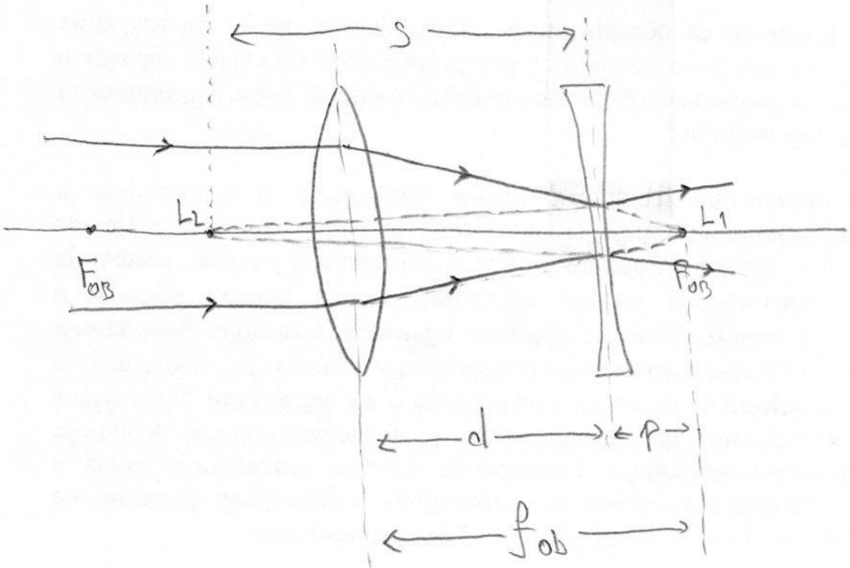
$S = 25\,cm$ - даљина јасног вида

Ако се расипно сочиво налази иза жижне даљине сабирног:



Лик би био изврнут

Расипно сочиво се налази испред жижне даљине сабирног сочива



Како се дурбином посматрају предмети који се налазе на растојању много већем од f_{ok}, можемо узети да је предмет бесконачно удаљен, тј. зраци који долазе до објектива од предмета су паралелни. Лик L_1 се добија у жижној равни објектива. Овај лик представља имагинарни предмет за окулар од кога се налази на растојању p. Лик L_2 који даје окулар налази се на даљини јасног вида $s = 25\,cm$.

$$-\frac{1}{f_{ok}} = -\frac{1}{p} - \frac{1}{s}$$

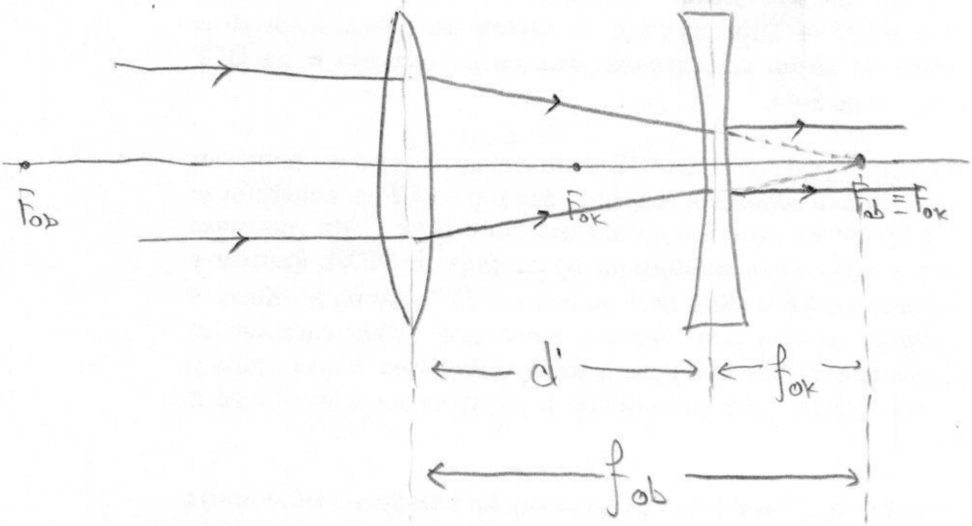
$$d = f_{ob} - p$$

$$d = 3{,}24\,cm$$

$$\frac{1}{p} = \frac{1}{f_{ok}} - \frac{1}{s}$$

$$p = \frac{f_{ok} \cdot s}{s - f_{ok}} = 3{,}24\,cm$$

Када је око акомодирано на бесконачност жижне даљине објектива и окулара се поклапају.



$$d' = f_{ob} - f_{ok} = 8 - 4 = 4\,cm$$

Тражено померање окулара:

$$\Delta d = d' - d = 4\,cm - 3{,}24\,cm$$

$$\Delta d = 0{,}76\ cm$$

Два танка конвергентна сочива имају оптичке моћи +3 диоптрије и +6 диоптрија. Одредити еквивалентну жижну даљину центриране комбинације тих сочива ако се:

а) Налазе на међусобном растојању $a = 20cm$

б) Додирују.

Решење:

$\omega_1 = +3$

$\omega_2 = +6$

а) $a = 20cm$

$$\omega_e = \omega_1 + \omega_2 - a\omega_1\omega_2$$

$$\frac{1}{f_e} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{a}{f_1 f_2}$$

$f_e \approx 0{,}185 \ m$

$f_e = 18{,}5 \ cm$

$$\frac{1}{f_e} = \omega_1 + \omega_2 - a\omega_1\omega_2$$

$$\frac{1}{f_e} = (3 + 6 - 0{,}2 \cdot 3 \cdot 6) \ m^{-1}$$

$$\frac{1}{f_e} = 5{,}4 \ m^{-1}$$

8)

$$W_e = W_1 + W_2$$

$$W_e = 9\ D$$

$$\frac{1}{f_e} = 9\ m^{-1}$$

$$f_e = 0{,}111\ m$$

$$f_e = 11{,}1\ cm$$

314 (такмичење)

Биконвексно танко сочиво направљено од стакла индекса преламања $n = 1{,}6$ у ваздуху има жижну даљину $f = 10$ cm.

а) Колика ће бити жижна даљина тог сочива ако се оно потопи у течност индекса преламања $n_1 = 1{,}5$?

б) Колика ће бити жижна даљина тог сочива у средини индекса преламања $n_2 = 1{,}7$?

Решење:

Жижна даљина сочива f у општем случају дата је релацијом

$$\frac{1}{f} = (n_r - 1)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right),$$

где је $n_r = \frac{n_2}{n_1}$ - релативни индекс преламања

R_1 и R_2 - полупречници сферних површина сочива.

Индекс преламања n_2 је индекс преламања материјала сочива, а n_1 индекс преламања спољашње средине (вакуум).

a) $f = 10\,cm$ у ваздуху , $n_0 = 1$; $n = 1{,}6$

$f_1 = ?$ $n_1 = 1{,}5$

$$\frac{1}{f} = \left(\frac{n}{n_0} - 1\right)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$$

$$\frac{1}{f_1} = \left(\frac{n}{n_1} - 1\right)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$$

$$\frac{\frac{1}{f}}{\frac{1}{f_1}} = \frac{\frac{n}{n_0} - 1}{\frac{n}{n_1} - 1}$$

$$\frac{f_1}{f} = \frac{n - 1}{\frac{n}{n_1} - 1}$$

$$f_1 = f\,\frac{n - 1}{\frac{n}{n_1} - 1}$$

$$f_1 = 90\,cm$$

б) $f = 10\,cm$ у ваздуху $n_0 = 1$

$n = 1{,}6$ – сочиво

$f_2 = ?$ $\quad n_2 = 1{,}7$

$$\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$$

$$\frac{1}{f_2} = \left(\frac{n}{n_2} - 1\right)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$$

$$\frac{\frac{1}{f}}{\frac{1}{f_2}} = \frac{n-1}{\frac{n}{n_2} - 1}$$

$$\frac{f_2}{f} = \frac{n-1}{\frac{n}{n_2} - 1}$$

$$f_2 = f\,\frac{n-1}{\frac{n}{n_2} - 1}$$

У средини n_2 сочиво постоје расипно

$n = 1{,}6$
$n_2 = 1{,}7$
$f = 10\,cm$

$$f_2 = 10\,cm\,\frac{1{,}6 - 1}{\frac{1{,}6}{1{,}7} - 1}$$

$$f_2 = -102\,cm$$

312 (такмичења)

Колики морају бити полупречници кривине сочива које се користи као лупа, да би оно за нормално око дало увећање $U = 10$?

Полупречници кривина су једнаки, а сочиво је направљено од стакла чији је индекс преламања $n = 1{,}5$.

Решење:

Жижна даљина сочива је дата релацијом

$$\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$$

У овом случају $R_1 = R_2 = R$

$$\frac{1}{f} = (n-1)\frac{2}{R}$$

$$R = 2f(n-1)$$

Увећање лупе је

$$U = \frac{25}{f} + 1$$

$$\frac{25}{f} = U - 1$$

$$f = \frac{25}{U-1}$$

$$R = 2f(n-1)$$

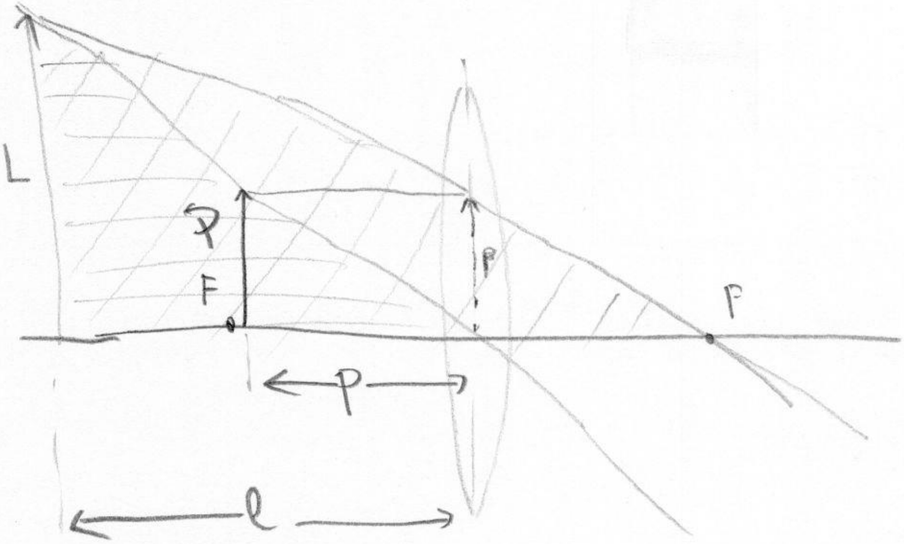
$$R = 2\frac{25}{U-1}(n-1)$$

$$R = 50\frac{n-1}{U-1}$$

$$R = 50\frac{1{,}5-1}{10-1}$$

$$R = 2{,}5 \text{ cm}$$

Увећање лупе:



$$U = \frac{L}{P} = \frac{l}{p}$$

$$U = \frac{L}{P} \approx \frac{l+f}{f} = \frac{l}{f} + 1$$

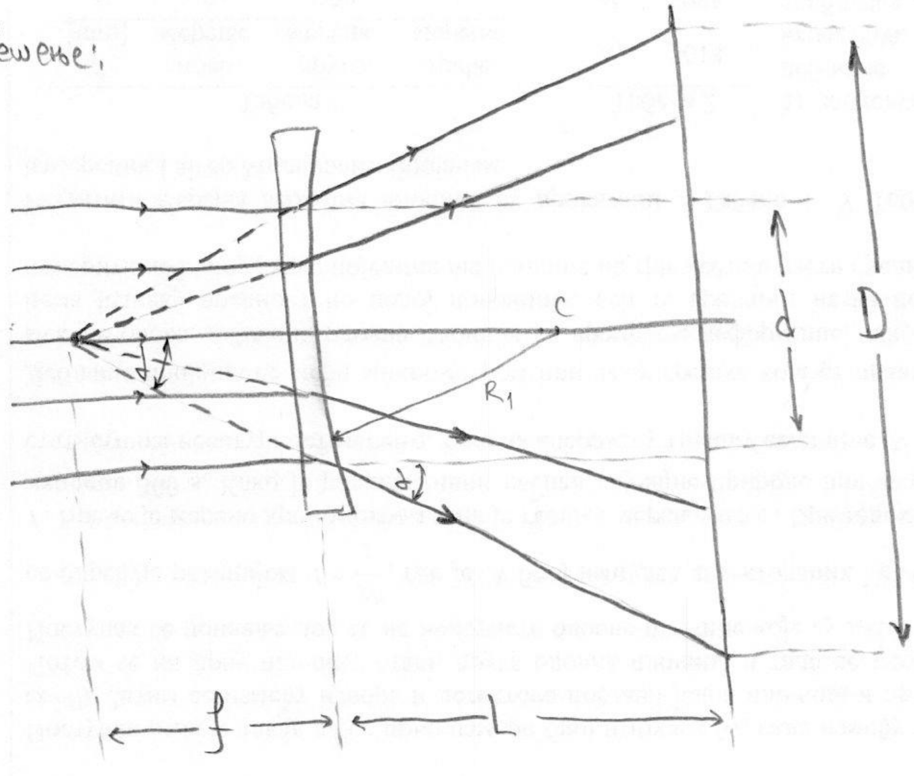
Лупа се користи тако да се лик формира на даљини јасног вида: $l = 25cm$

$$U = \frac{25}{f} + 1$$

318 (такмичења)

На планконкавно сочиво израђено од стакла индекса преламања $n = 1,7$ пада цилиндричан сноп светлости паралелно са главном оптичком осом. Пречник снопа је $d = 5\,cm$. Иза сочива на растојању $L = 20\,cm$ постављен је екран на коме се добија светао круг пречника $D = 15\,cm$. Одредити полупречник сферне површине сочива.

Решење:



Оптичка моћ сочива

$$\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$$

$$R_2 = \infty$$

$$\frac{1}{f} = (n-1)\frac{1}{R_1}$$

$$R_1 = f\,(n-1)$$

Са слике:

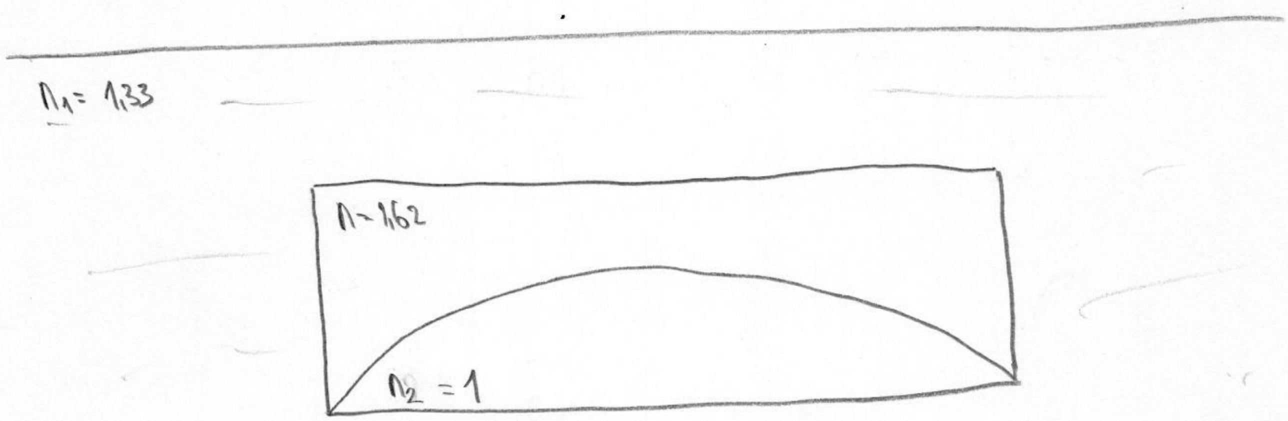
$$tg\,\alpha = \frac{\frac{d}{2}}{f} = \frac{\frac{D-d}{2}}{L}$$

$$\frac{d}{f} = \frac{D-d}{L}$$

$$f = \frac{d \cdot L}{D-d}$$

$$R = \frac{d \cdot L}{D-d}(n-1) = 7\,cm$$

Танко план-конкавно сочиво индекса преламања 1,62 налази се у води у хоризонталном положају окренуто издубљеном површином надоле, тако да је у шупљини остао ваздух (слика). Полупречник те сферне површине је R=18cm. Израчунати жижну даљину тог система.



Решење :

Жижна даљина план-конкавног сочива у води:

$$\frac{1}{f} = \left(\frac{n}{n_1} - 1\right)\left(\cancelto{0}{\frac{1}{R_1}} - \frac{1}{R_2}\right)$$

$$\frac{1}{f} = \left(\frac{1{,}62}{1{,}33} - 1\right) \cdot \frac{1}{18\,cm}$$

$$f = -82{,}55\ cm$$

Жижна даљина план-конвексног клобука ваздуха

$$\frac{1}{f_1} = \left(\frac{n_2}{n_1} - 1\right)\left(\frac{1}{R_1} - \cancelto{0}{\frac{1}{R_2}}\right)$$

$$\frac{1}{f_1} = \left(\frac{1}{1{,}33} - 1\right)\frac{1}{18cm}$$

$$f_1 = -72{,}54\ cm$$

Еквивалентна жижна даљина:

$$\frac{1}{f_e} = \frac{1}{f} + \frac{1}{f_1}$$

$$\frac{1}{f_e} = \frac{f_1 + f}{f f_1}$$

$$f_e = \frac{f f_1}{f_1 + f}$$

$f_e =$ **- 38.6 cm**